

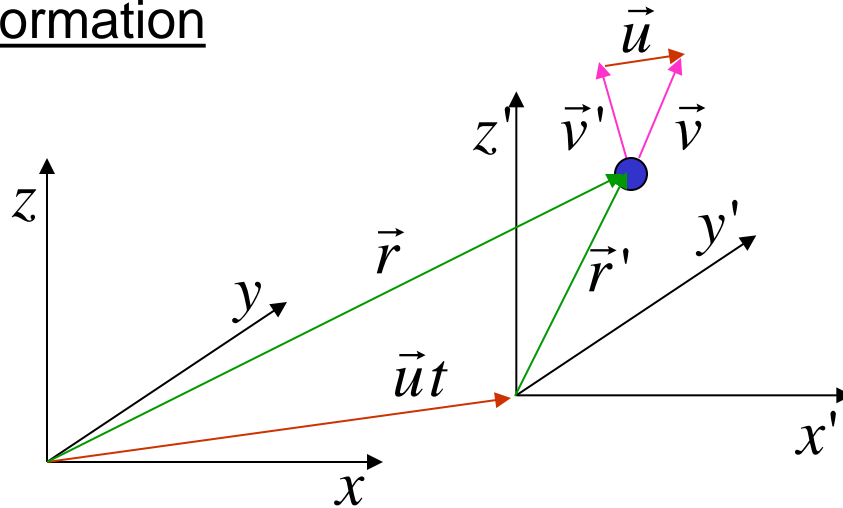
Inertialsysteme

Physikalische Vorgänge kann man von verschiedenen Standpunkten aus beobachten. Der Beobachter wird i.d.R. mit dem Bezugssystem identifiziert, so dass das Koordinatensystem am Beobachter verankert ist.

Inertialsysteme erkennt man daran, dass in ihnen Newtons Axiome (insbesondere auch das erste Axiom) gelten. Ist ein System ein Inertialsystem, dann

- sind Bezugssysteme mit verschobenem Ursprung auch Inertialsysteme.
- sind Bezugssysteme die sich gradlinig-gleichförmig gegenüber dem ersten System bewegen auch Inertialsysteme.
- sind Bezugssysteme, die gegenüber dem ersten System linear beschleunigt sind, **keine** Inertialsysteme.
- sind Bezugssysteme, die gegenüber dem ersten System rotieren, **keine** Inertialsysteme.

Galilei-Transformation



Das Koordinatensystem mit Strich bewege sich mit der Geschwindigkeit \vec{u} gegen das andere, dann transformieren sich die physikalischen Größen wie:

$$\vec{r}'(t) = r(t) - \vec{u}t$$

$$t' = t$$

$$\Rightarrow \vec{v}'(t) = \dot{\vec{r}}'(t) = \vec{v}(t) - \vec{u}$$

$$\Rightarrow \vec{a}'(t) = \dot{\vec{v}}'(t) = \vec{a}$$

$$\Rightarrow \vec{F}' = \vec{F}$$

Transformation von Energie und Impuls:

Ist das betrachtete System von Körpern abgeschlossen, ist die potentielle Energie in beiden Systemen gleich (sie hängt nur von den Relativkoordinaten ab).

Die kinetische Energie hängt vom System ab.

$$E'_{kin} = \frac{1}{2} m |\vec{v}(t) - \vec{u}|^2$$

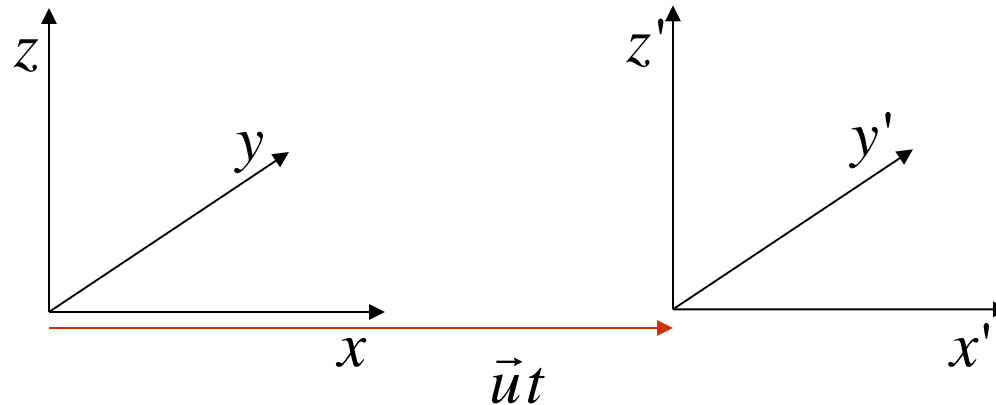
Ebenso der Impuls

$$\vec{p}' = m(\vec{v} - \vec{u})$$

Energie und Impuls ändern sich beim Übergang von einem Inertialsystem zum Anderen.

Nur innerhalb eines Inertialsystems gelten die Erhaltungssätze.

Anmerkung zur speziellen Relativitätstheorie: Lorentz-Transformation



Die Relativgeschwindigkeit \vec{u} zeige in x-Richtung

$$x' = \frac{x - u_x t}{\sqrt{1 - u_x^2 / c^2}}$$

Lorentz-Kontraktion in Bewegungsrichtung

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = \frac{t - u_x x / c^2}{\sqrt{1 - u_x^2 / c^2}}$$

Zeitdilatation

Inertialsysteme und abgeschlossene System an der Erdoberfläche (im Alltag):

Koordinatensystem, das im Labor ruht:

1. Erde als Teil des abgeschlossenen Systems einbezogen
→ fast ein Inertialsystem – nicht ganz, da die Erde rotiert.
Energie und Impuls der ganzen Erde müssen berücksichtigt werden.
2. Erde nicht einbezogen → äußere Kräfte wirken
→ kein abgeschlossenes System
keine Energieerhaltung, keine Impulserhaltung
Der Körper ändert Energie und Impuls bei der Bewegung im Feld.
3. Gravitationsfeld mit einbezogen ins System (potentielle Energie)
→ Energie eines einzelnen Körpers im Gravitationsfeld wird erhalten
 $E_{\text{kin}} + E_{\text{pot}} = \text{const.}$, die Rückwirkung auf die Erde wird aber vernachlässigt.
Der Körper ändert seinen Impuls bei der Bewegung im Feld.
→ kein abgeschlossenes System

Anmerkung zur allgemeinen Relativitätstheorie:

Im Gravitationsfeld sind frei fallende Systeme Inertialsysteme.

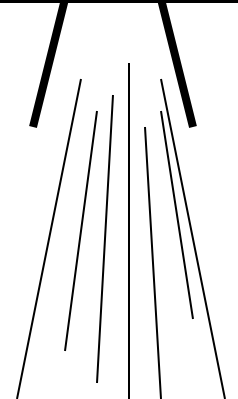
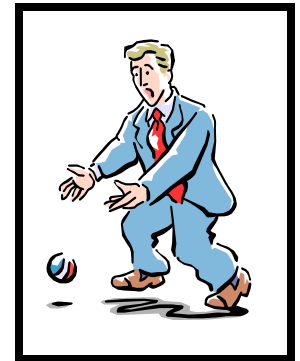
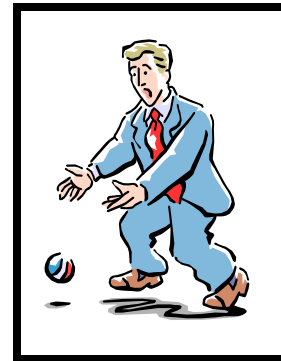
Gradlinig beschleunigte Systeme sind nicht zu unterscheiden von Systemen, die im Gravitationsfeld ruhen.

(Gleichheit von träger und schwerer Masse)

Frei fallende Systeme sind zwar beschleunigt, aber Gravitation und Beschleunigung kompensieren sich gerade.

Beides sind Volumenkräfte, die sich für jedes Volumenelement kompensieren.

→ Schwerelosigkeit



Realisierung von Inertialsystemen an der Erdoberfläche:

Fallturm

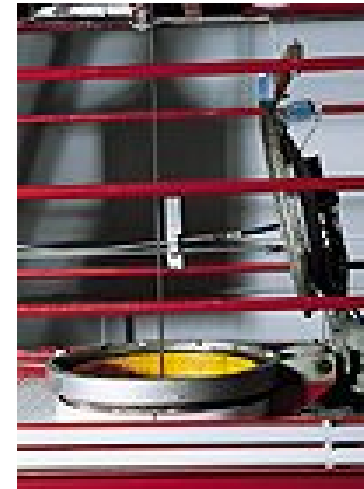
Höhe 110m, evakuiert, Fallzeit ca. 5 s, Endgeschwindigkeit 165 km/h



Fallröhre



Turmspitze mit Deckel



In den fallenden Körpern wirken keine Volumenkräfte durch Gravitation.

→ Schwerelosigkeit

Beim Fallen wirken innerhalb der Kapsel nur innere Kräfte.

Weltraumfahrt

Satelliten „fallen um die Erde herum“ → Schwerelosigkeit
Gravitation und Beschleunigung kompensieren sich.



Die Rotation des Satelliten und die Inhomogenität des Gravitationsfeldes verursachen kleine Kräfte, Größenordnung 10^{-6} der Erdbeschleunigung (Microgravity)

Experimente zu inneren Kräften in Flüssigkeiten, etc.

Beschleunigte Bezugssysteme

In beschleunigten Bezugssystemen gelten die Newtonschen Axiome nicht.

In solchen Systemen werden *Scheinkräfte* eingeführt, um trotzdem Newtons Aktionsprinzip benutzen zu können.

Das Reaktionsprinzip kann nicht „repariert“ werden. Scheinkräfte haben keine Gegenkraft.

Energie und Impulserhaltungssatz gelten nicht.

Beschleunigte Bezugssysteme müssen häufig eingesetzt werden, um mechanische Spannungen in beschleunigten oder rotierenden Körpern mit einem körpereigenen Bezugssystem zu beschreiben.

Ebenso werden sie eingesetzt, wenn abgegrenzte Räume (z.B. Fahrzeuge, Raumschiffe, rotierendes Labor, etc. beschrieben werden.

Die Verwendung von beschleunigten Bezugssystemen muss mit großer Sorgfalt erfolgen!

Linear beschleunigte Bezugssysteme

Das Bezugssystem S ohne Strich sei ein Inertialsystem. Das Bezugssystem mit Strich S' sei linear gegenüber S beschleunigt. $\vec{a}(t)$ sei die Beschleunigung von S' .

Vom beschleunigten System aus betrachtet erfahren alle Körper eine zusätzliche Beschleunigung, die gegeben ist durch

$$\vec{a}'(t') = -\vec{a}(t)$$

Dieser Beschleunigung wird eine Scheinkraft zugeordnet, damit Newtons zweites Axiom formal erfüllt ist.

$$\vec{F}'(t') = -m\vec{a}(t)$$

Scheinkräfte sind immer Volumenkräfte. Die Scheinkraft in linear beschleunigten Bezugssystemen ist unabhängig vom Ort überall gleich groß. Daher verursacht sie alleine keine Spannungen in den Körpern.

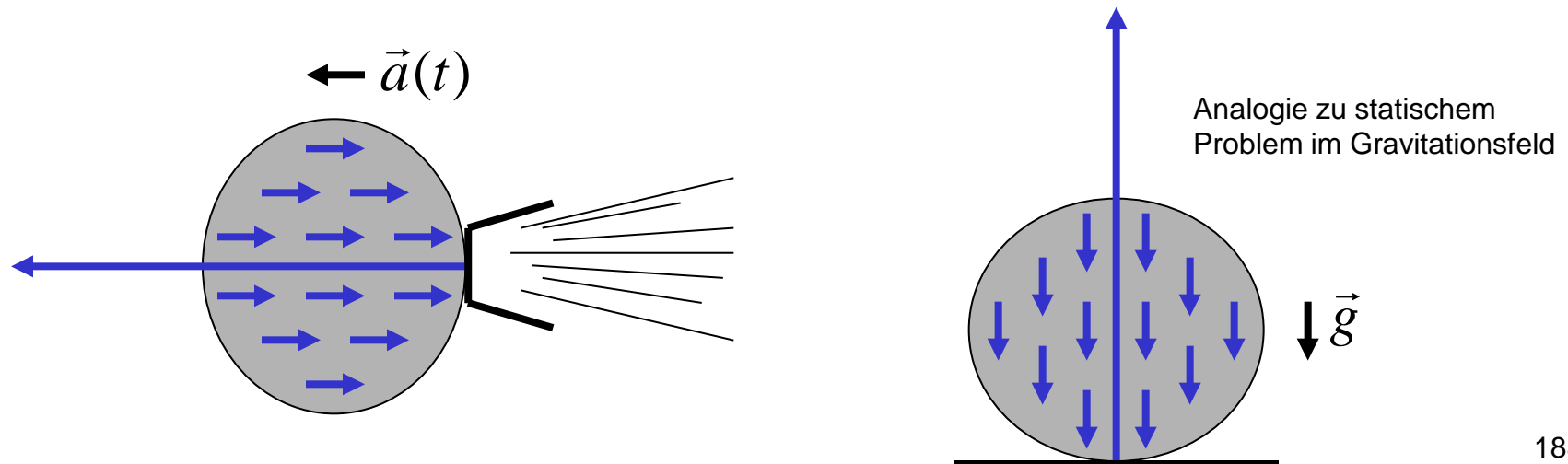
Beachte. Die Scheinkraft ist unabhängig von der Bewegung der Körper, sie hängt nur von der Beschleunigung des Bezugssystems ab.

Verwendet man ein beschleunigtes Bezugssystem, das an einen Körper geheftet ist, dann ruht der Körper in diesem System S' .

Ist der Körper von S aus gesehen beschleunigt, dann erfährt jedes Volumenelement des Körpers in S' die Volumenkraft

$$\vec{F}'(t') = -m\vec{a}(t)$$

Sie wird manchmal Trägheitskraft genannt. Wird die Beschleunigung des Körpers durch eine Oberflächenkraft verursacht, wirken Oberflächenkraft und Trägheitskraft (Volumenkraft) gleichzeitig auf den ruhenden Körper. Sie verursachen eine Verspannung und Deformation des Körpers. Dadurch, dass der Körper in S' ruht, handelt es sich um ein statisches Problem.



Rotierende Bezugssysteme

Das Bezugssystem S ohne Strich sei ein Inertialsystem. Das Bezugssystem mit Strich S' rotiere gegenüber S mit der Winkelgeschwindigkeit $\vec{\omega}(t)$.

Dann erfahren Körper in S' eine zusätzliche Beschleunigung

$$\vec{a}'(\vec{r}', t') = \underbrace{\vec{\omega}(t) \times \vec{r}' \times \vec{\omega}(t)}_1 + \underbrace{2\vec{v}' \times \vec{\omega}(t)}_2 + \underbrace{\vec{r}' \times \dot{\vec{\omega}}(t)}_3$$

Term 1: Zentrifugalbeschleunigung

Term 2: Coriolisbeschleunigung

Term 3: Eulerbeschleunigung

(Die Herleitung der Formel erfolgt durch Koordinatentransformation. Wird hier nicht gezeigt.)

Damit Newtons Aktionsprinzip verwendet werden kann, werden entsprechende Scheinkräfte eingeführt.

$$\vec{F}'(\vec{r}', t') = m \underbrace{\vec{\omega}(t) \times \vec{r}' \times \vec{\omega}(t)}_{\text{Zentrifugalkraft}} + 2m \underbrace{\vec{v}' \times \vec{\omega}(t)}_{\text{Corioliskraft}} + m \underbrace{\vec{r}' \times \dot{\vec{\omega}}(t)}_{\text{Eulerkraft}}$$

Verwendet man ein rotierendes Bezugssystem, das an einen rotierenden Körper geheftet ist, dann ruht der Körper in diesem System S' .

In dem Körper erfährt jedes Massenelement Δm die Kraft

$$\vec{F}'(\vec{r}', t') = \underbrace{\Delta m \vec{\omega}(t) \times \vec{r}' \times \vec{\omega}(t)}_{\text{Zentrifugalkraft}} + \underbrace{2\Delta m \vec{v}' \times \vec{\omega}(t)}_{\text{Corioliskraft}} + \underbrace{\Delta m \vec{r}' \times \dot{\vec{\omega}}(t)}_{\text{Eulerkraft}}$$

Die Massenelemente des Körpers bewegen sich nur unwesentlich. Daher kann die Corioliskraft vernachlässigt werden

$$\vec{F}'(\vec{r}', t') = \underbrace{\Delta m \vec{\omega}(t) \times \vec{r}' \times \vec{\omega}(t)}_{\text{Zentrifugalkraft}} + \underbrace{\Delta m \vec{r}' \times \dot{\vec{\omega}}(t)}_{\text{Eulerkraft}}$$

Beide Scheinkräfte hängen vom Ort \vec{r}' ab und führen deshalb zu Spannungen im Körper.

Diese Spannungen im Körper spürt man, wenn der eigene Körper rotiert.

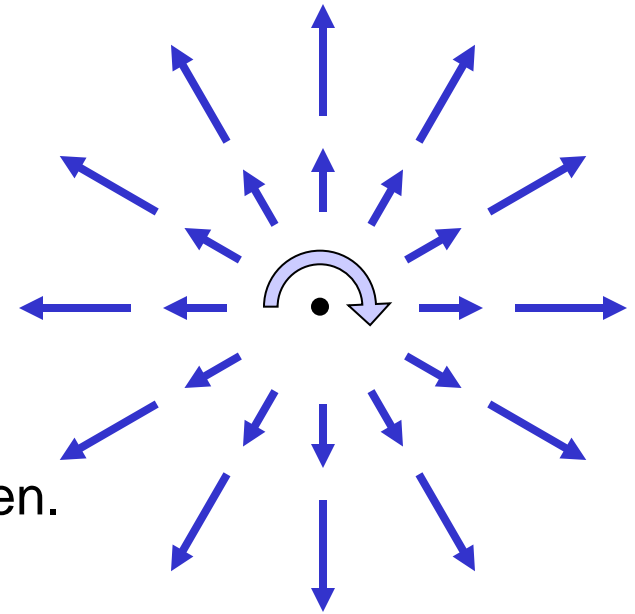
Zentrifugalkraft auf Körper in einem rotierenden Bezugssystem:

$$\vec{F}_Z = m\vec{\omega} \times (\vec{r}' \times \vec{\omega})$$

Die Zentrifugalkraft hängt vom Ort des Körpers ab
(Abstand von der Drehachse)

$$|\vec{F}_Z| = mR\omega^2$$

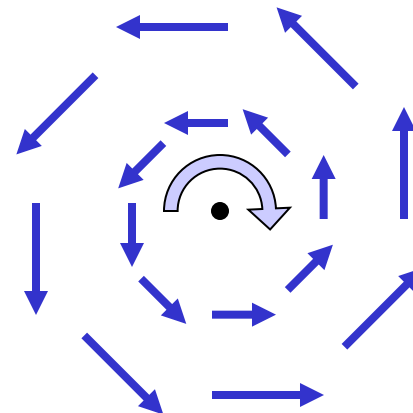
und zeigt von der Drehachse senkrecht nach außen.



Eulerkraft:

Sie tritt nur auf, wenn sich die Rotationsgeschwindigkeit des Bezugssystems ändert.

Die Körper verhalten sich träge gegenüber Änderungen der Rotation.

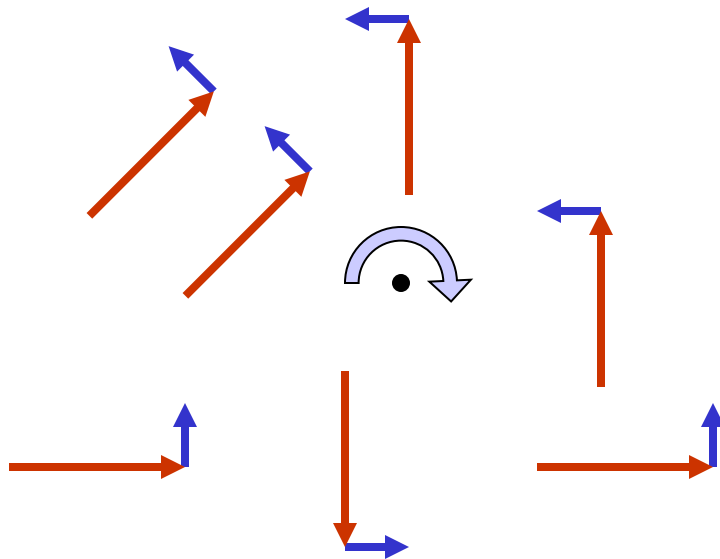


Corioliskraft auf Körper in einem rotierenden Bezugssystem:

Die Corioliskraft hängt von der Geschwindigkeit der Körper ab

$$\vec{F}_C = 2m(\vec{v}' \times \vec{\omega})$$

Die Geschwindigkeitskomponente parallel zur Achse verursacht keine Corioliskraft.

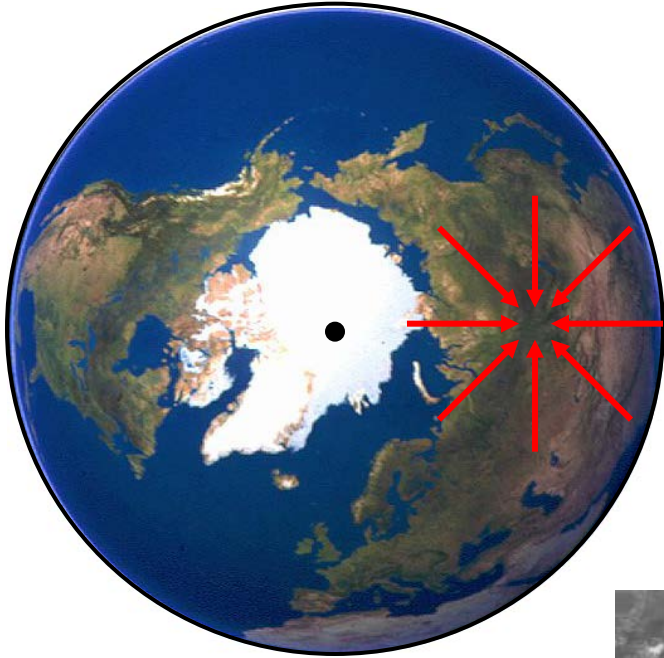


Versuch: Rollende Kugel mit rotierender Kamera beobachtet.

Corioliskraft und Wetter

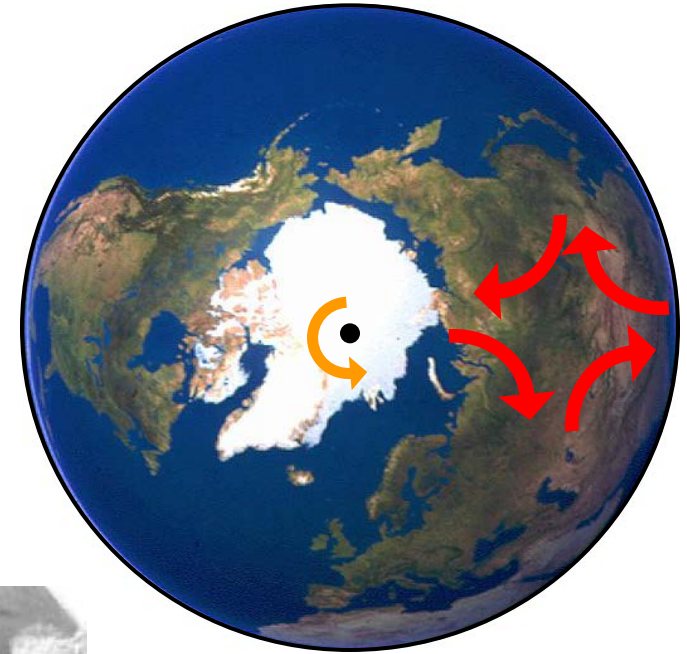
Luft strömt in ein Tiefdruckgebiet hinein

Sicht auf Nordpol

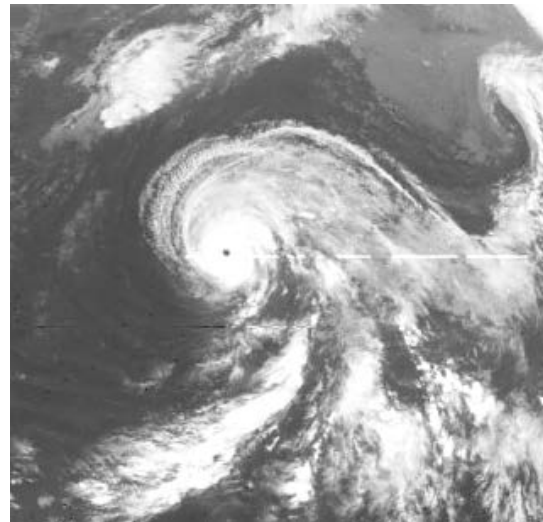


ohne Corioliskraft

Sicht auf Nordpol



mit Corioliskraft



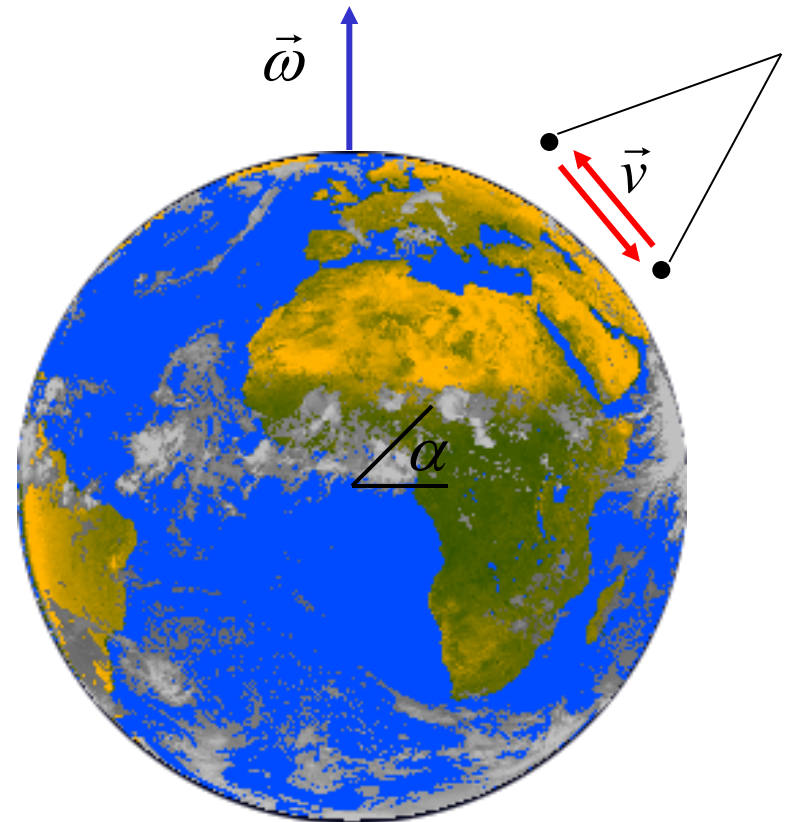
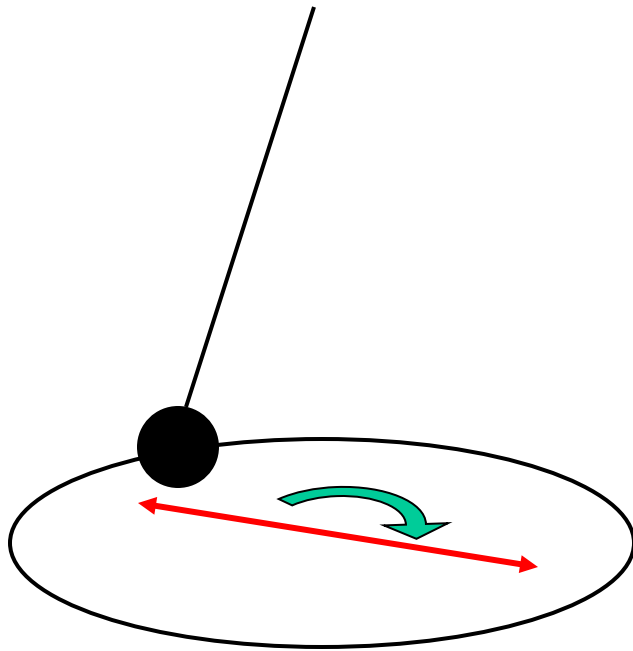
$$\vec{F}_C = 2m(\vec{v}' \times \vec{\omega})$$

Foucault-Pendel

Ein Pendel wird durch die Corioliskraft abgelenkt

Am Nordpol Effekt am größten,

am Äquator keine Ablenkung $\vec{v} \parallel \vec{\omega}$



Foucault's Original experiment: 1850 in Paris

Pendellänge 67 m, Kupferkugel 28 kg

Schwingungsdauer 16.4 s

Berechnung der Ablenkung

Nach der Zeit Δt :

$$\vec{s} = \vec{v} \Delta t$$

$$\vec{d} = \frac{1}{2} \vec{a}_C \Delta t^2$$

mit Coriolisbeschleunigung:

$$\vec{a}_C = 2(\vec{v} \times \vec{\omega}) = 2v\omega \sin \alpha$$

folgt:

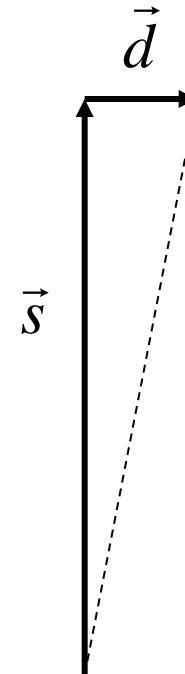
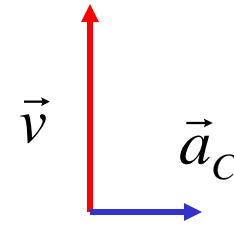
$$\vec{d} = \frac{1}{2} (2v\omega \sin \alpha) \Delta t^2$$

Ablenkwinkel:

$$\Delta \varphi = \frac{d}{s} = \frac{v \omega \sin \alpha \Delta t^2}{v \Delta t}$$

Winkelgeschwindigkeit der Pendeldrehung:

$$\omega_P = \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} = \omega \sin \alpha$$



Moderne präzise Messungen zur Erddrehung

Quadratischer Laserresonator.

Ein Lichtstrahl läuft mit der Erdrotation,
der Andere gegenläufig.

Es wird der Wellenlängen- bzw. Frequenz-
unterschied beider Strahlen gemessen.

300Hz Schwebung bei Grundfrequenz $4 \cdot 10^{14}$ Hz

Größe: 4m x 4 m,

Gewicht: 9 t

erforderliche Stabilität: ± 1 nm

(Beachte thermische Ausdehnung!)

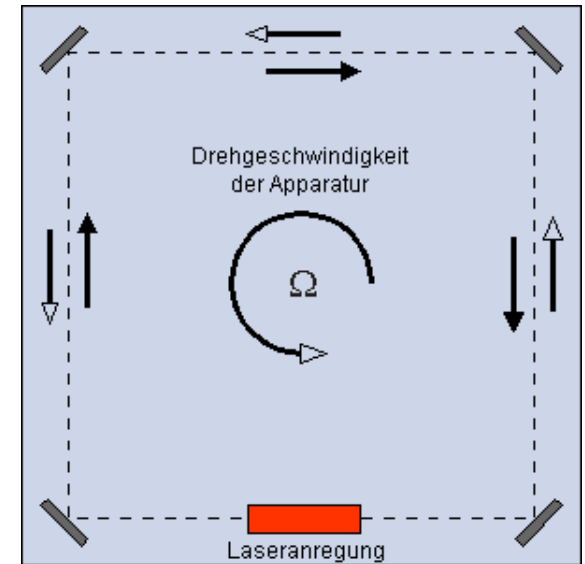
Ultrahochvakuum

Genauigkeit der Messung:

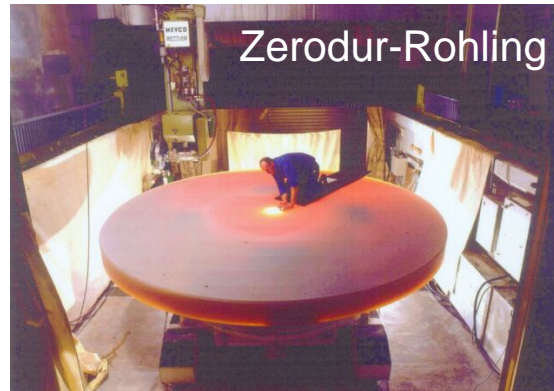
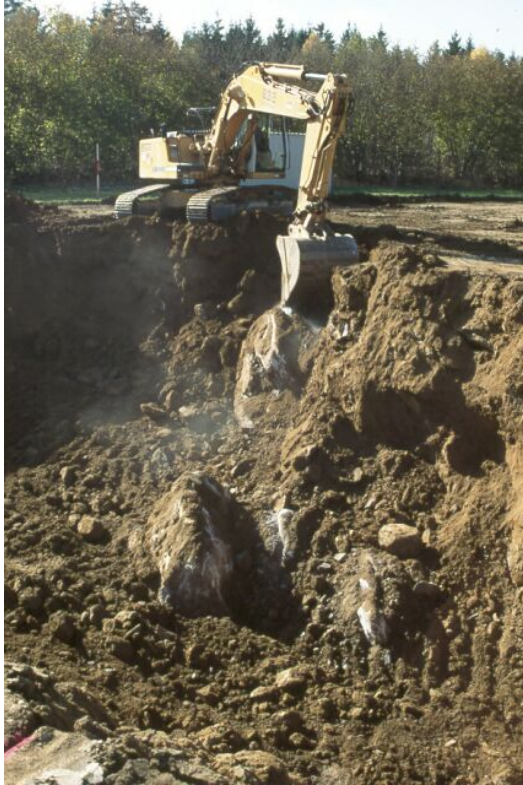
10^{-9} der Erddrehung

Umdrehungszeit auf : ± 0.1 ms

Position der Pole auf : ± 3 cm



Bau des Laserkreisels mit aufwendiger Gründung im Fels und hervorragender Isolation



Moderne präzise Messungen zur Erddrehung

Torus mit suprafluidem Helium

Quantenmechanischer Effekt:

Tiefst mögliche Energie bei ruhendem He

Ein Quant mehr Energie bei etwas Rotation.

Aber, Energie reicht nicht zum rotieren.

→ Helium rotiert nicht, Torus rotiert mit der Erde.

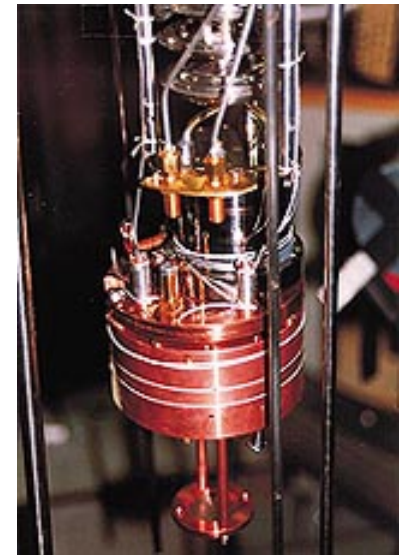
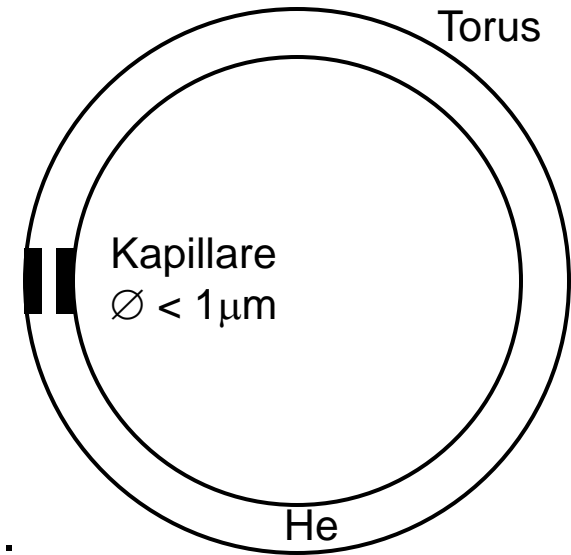
Messung der Fließgeschwindigkeit

Durchmesser: 30 cm

Temperatur: 0.005 K

Genauigkeit der Messung:

10^{-8} - 10^{-9} der Erddrehung



Gleichgewichtsorgan des Menschen

Drei orthogonale flüssigkeitsgefüllte Bogengänge (1-3).

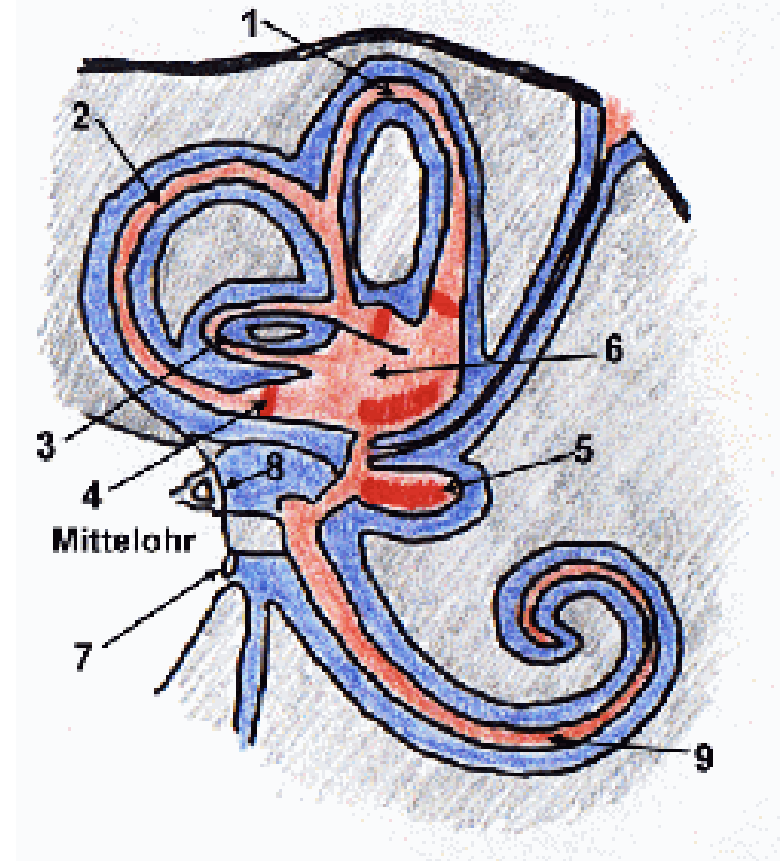
Flüssigkeit ruht annähernd bei Drehung.

Flüssigkeit dreht sich mit → Schwindel.

Erweiterungen in den Bogengängen (4-6)
mit Sensoren für Fließgeschwindigkeit.

Kleine Kalksteinchen an Sinneshaaren
in gallertartiger Masse messen zusätzlich
lineare Beschleunigungen (5-6).

(auch Richtung der Erdbeschleunigung)



1 vorderer Bogengang
2 hinterer Bogengang
3 horizontaler Bogengang

4 Ampulle
5 Sacculus
6 Utriculus

7 rundes Fenster
8 ovales Fenster
9 Hörorgan (= Schnecke)