Kreisel

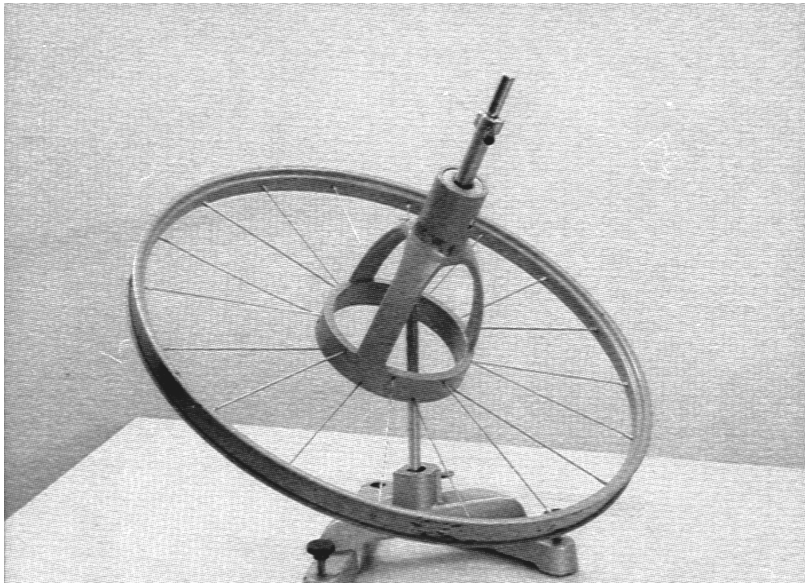
Nur Betrachtung von symmetrischen Kreiseln.

Zwei Hauptträgheitsmomente sind gleich: $J_a=J_b<J_c$ oder $J_a<J_b=J_c$

Rotationssymmetrische Objekte sind symmetrische Kreisel.

Symmetrieachse (Figurenachse) ist immer größte oder kleinste Hauptträgheitsachse.

Kreisel mit größtem J bzgl. Figurenachse laufen besonders stabil.



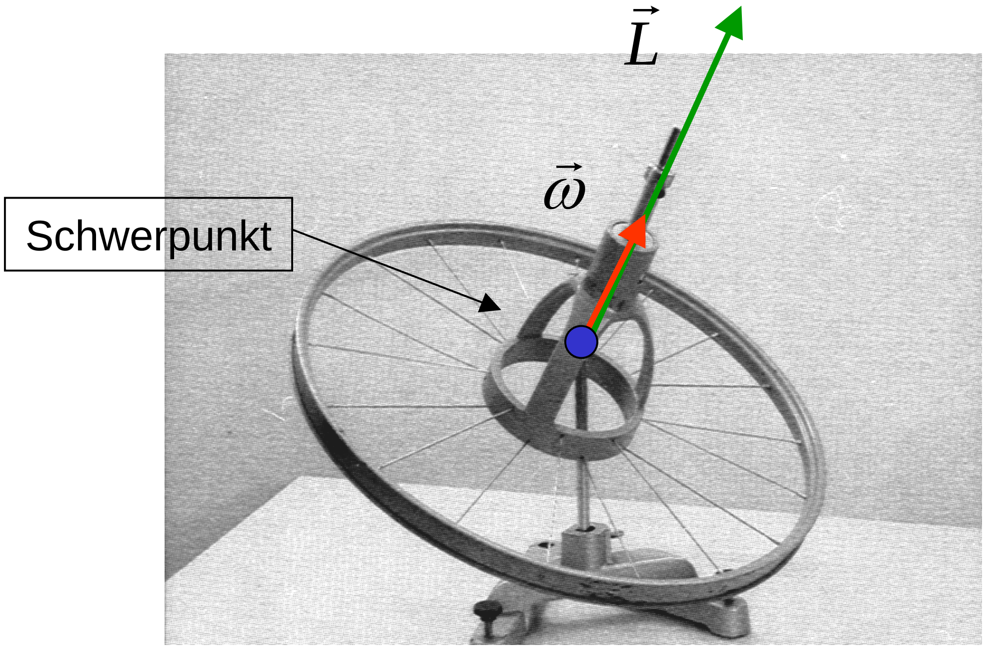
Kräftefreier Kreisel

Kreisel ist im Schwerpunkt punktförmig gelagert $\rightarrow$ Achse frei drehbar.

Keine Translation, keine Drehmomente

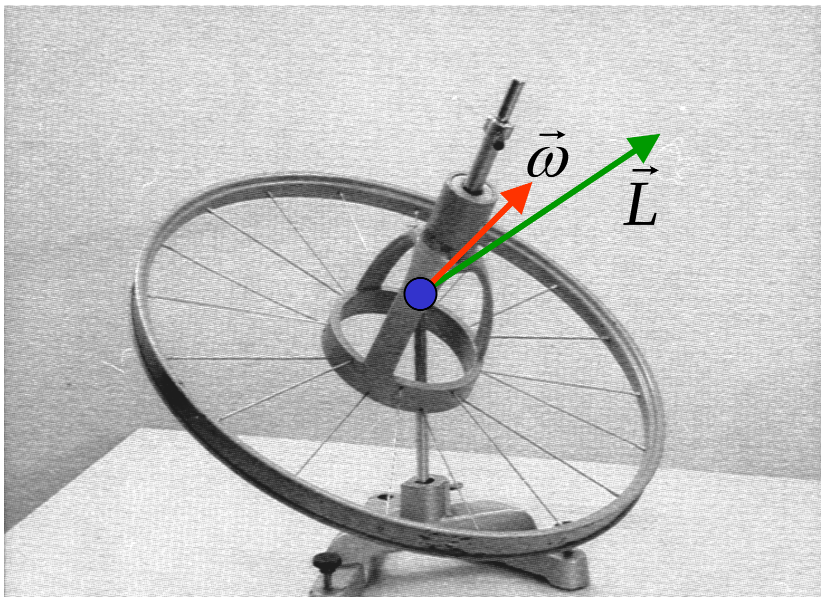
Figurenachse des Kreisels ist freie Achse weil Hauptträgheitsachse.

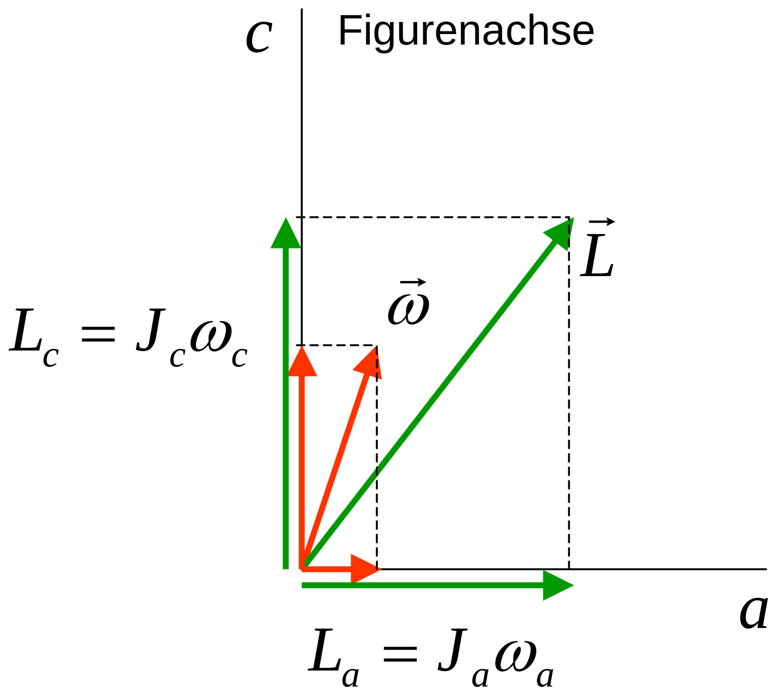
Wenn Rotation um Figurenachse, dann $\vec{\omega} \parallel \vec{L}$



Nutation

Durch kurze äußere Einwirkung wird Richtung von $\vec{L}$ geändert.
Richtung von Drehimpuls, momentaner Winkelgeschwindigkeit und Figurenachse sind verschieden.



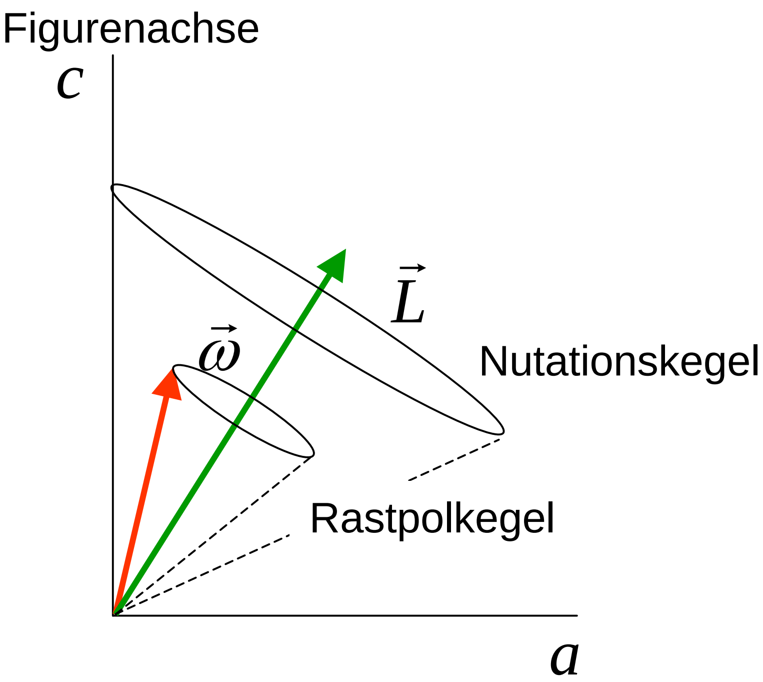


Die Richtung von $\vec{L}$ ist konstant (raumfest).

Die Richtung der Figurenachse kreist um die Drehimpulsrichtung

$\rightarrow$ **Nutation** (Figurenachse bewegt sich auf dem Nutationskegel)

Die Richtung der momentanen Drehachse kreist um die Drehimpulsrichtung (Rastpolkegel)



Die komplizierte Bewegung ist notwendig um den Drehimpuls zu erhalten.

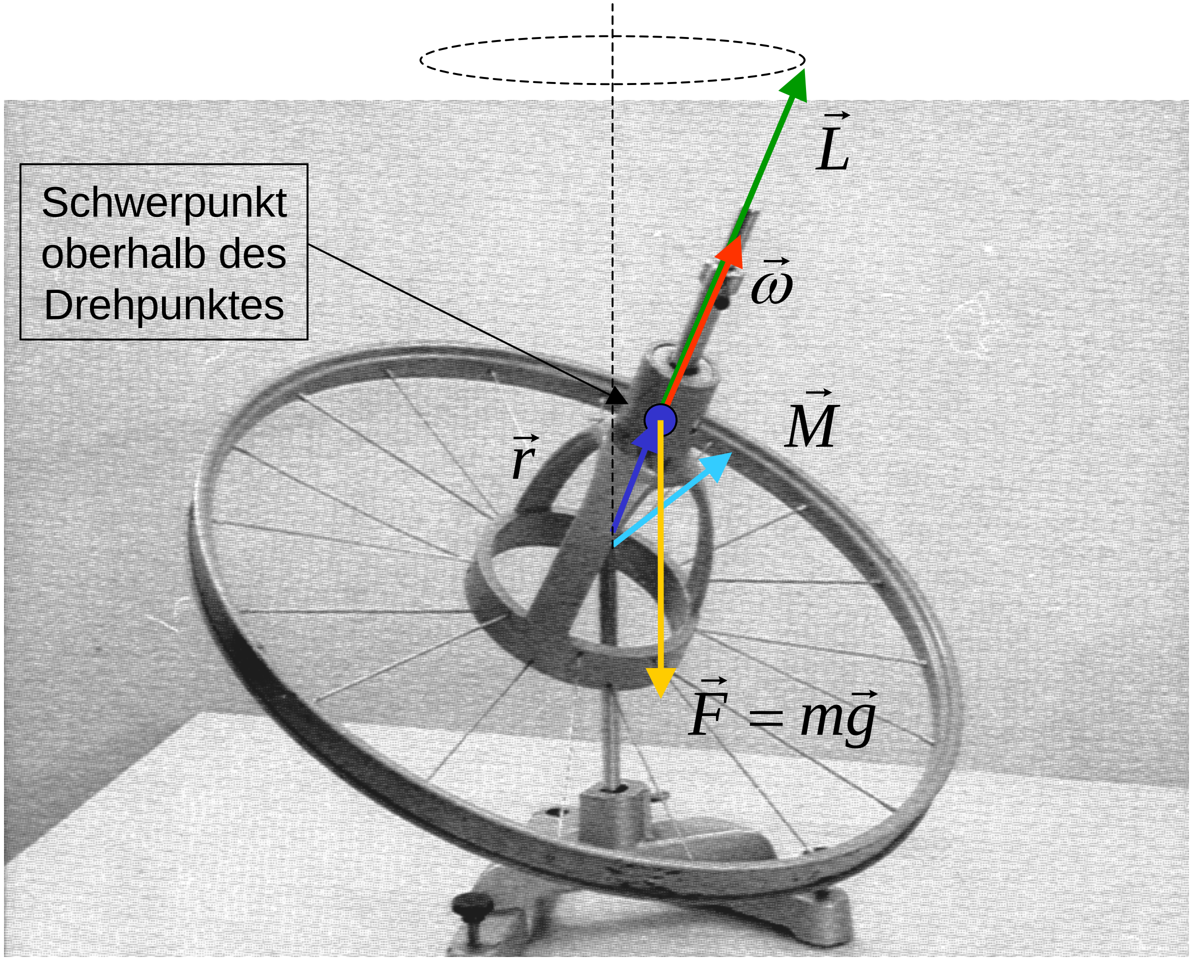
Präzession

Kreisel mit äußeren Drehmomenten (Kräften).

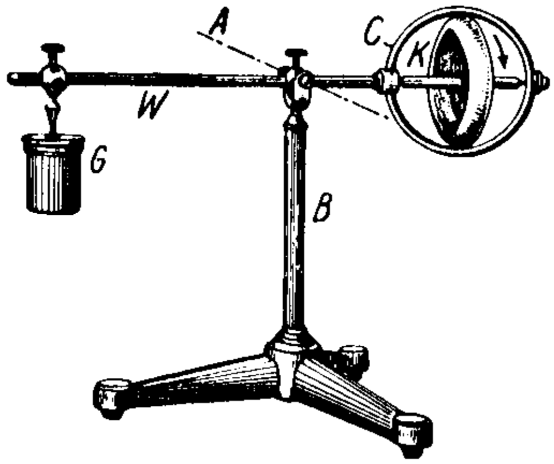
Insbesondere meint man Drehmomente auf die Figurenachse,

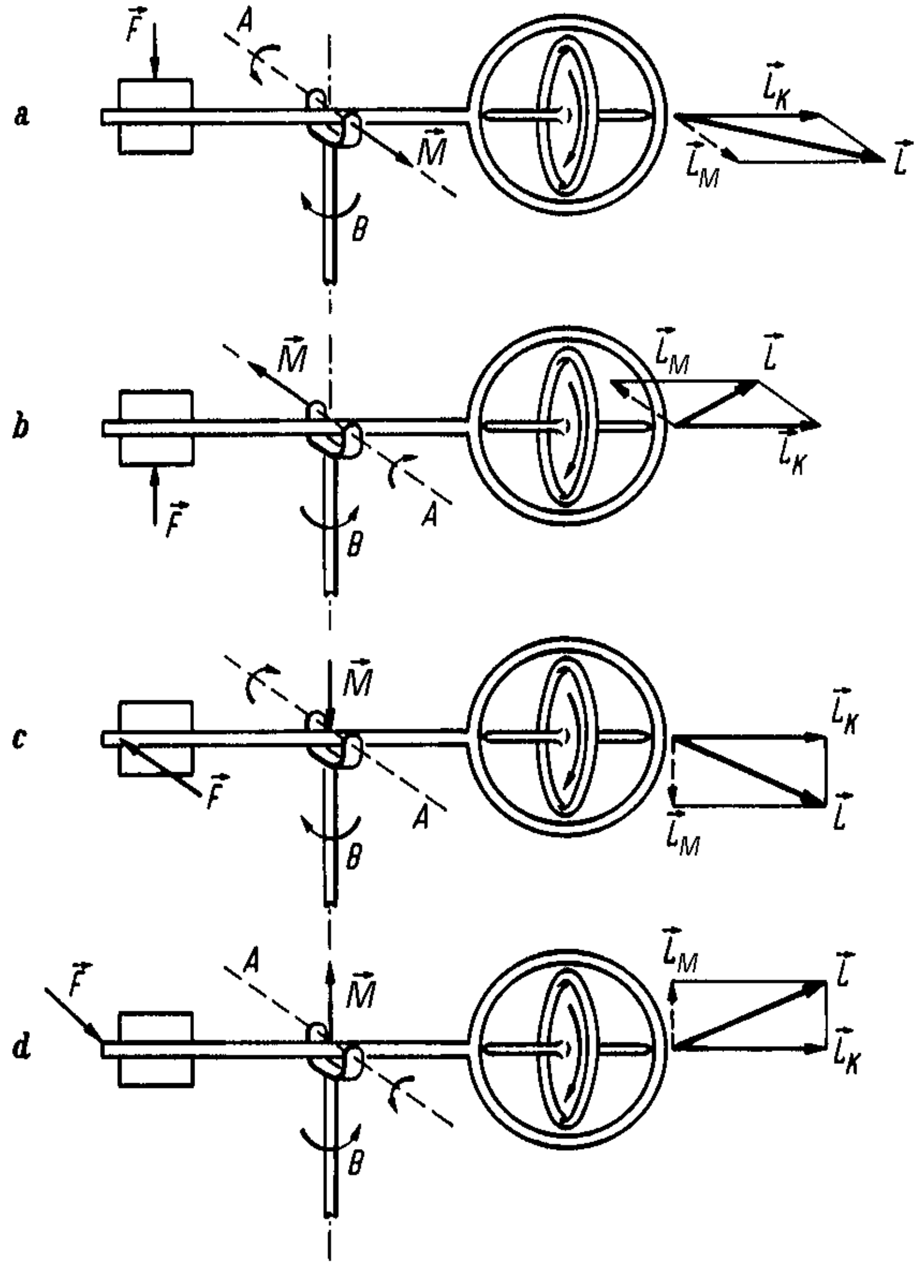
die die Richtung aber nicht den Betrag des Drehimpulses ändern.

$$\frac{\mathrm{d}\vec{L}}{\mathrm{d}t} = \vec{M}$$



Veranschaulichung am Gyroskop





$$\frac{\mathrm{d}\vec{L}}{\mathrm{d}t} = \vec{M}$$

Es sei: $\vec{L}_M = \vec{M}\,\Delta t$

Eulersche Gleichungen:

Im raumfesten Koordinatensystem (Index R) gilt:

$$\vec{M} = \left(\frac{\mathrm{d}\vec{L}}{\mathrm{d}t} \right)_R$$

Im drehenden Koordinatensystem des Kreisels (Hauptträgheitsachsen) gilt:

$$\vec{M} = \left(\frac{\mathrm{d}\vec{L}}{\mathrm{d}t} \right)_K + \vec{L} \times \vec{\omega}$$

$\rightarrow$ Eulersche Gleichungen. (Differentialgleichungen für Kreisel)

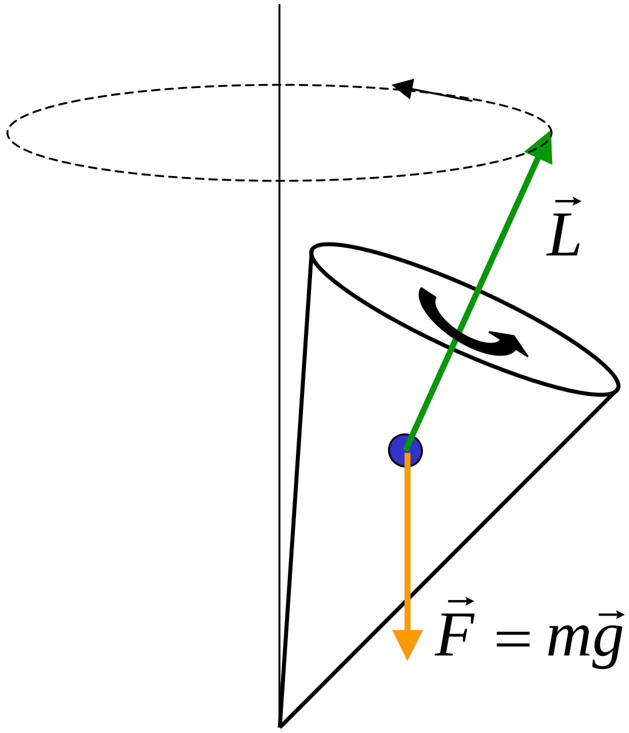
$$J_a \frac{\mathrm{d}\omega_a}{\mathrm{d}t} + (J_c - J_b)\,\omega_c \omega_b = \vec{M}_a$$

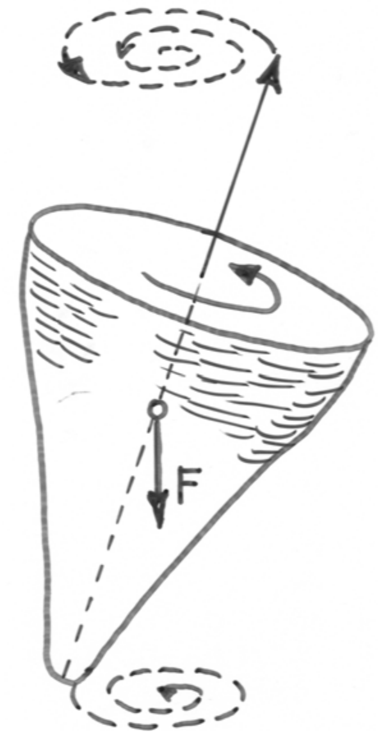
$$J_b \frac{\mathrm{d}\omega_b}{\mathrm{d}t} + (J_a - J_c)\,\omega_a \omega_c = \vec{M}_b$$

$$J_c \frac{\mathrm{d}\omega_c}{\mathrm{d}t} + (J_b - J_a)\,\omega_b \omega_a = \vec{M}_c$$

Versuch: Kinderkreisel

Ein Kinderkreisel richtet sich nach einer Weile auf.

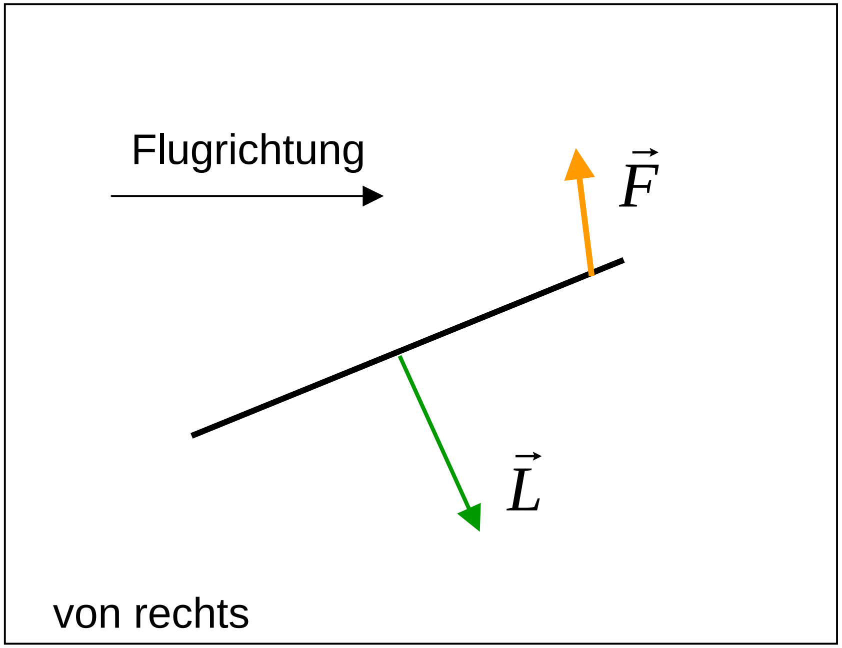


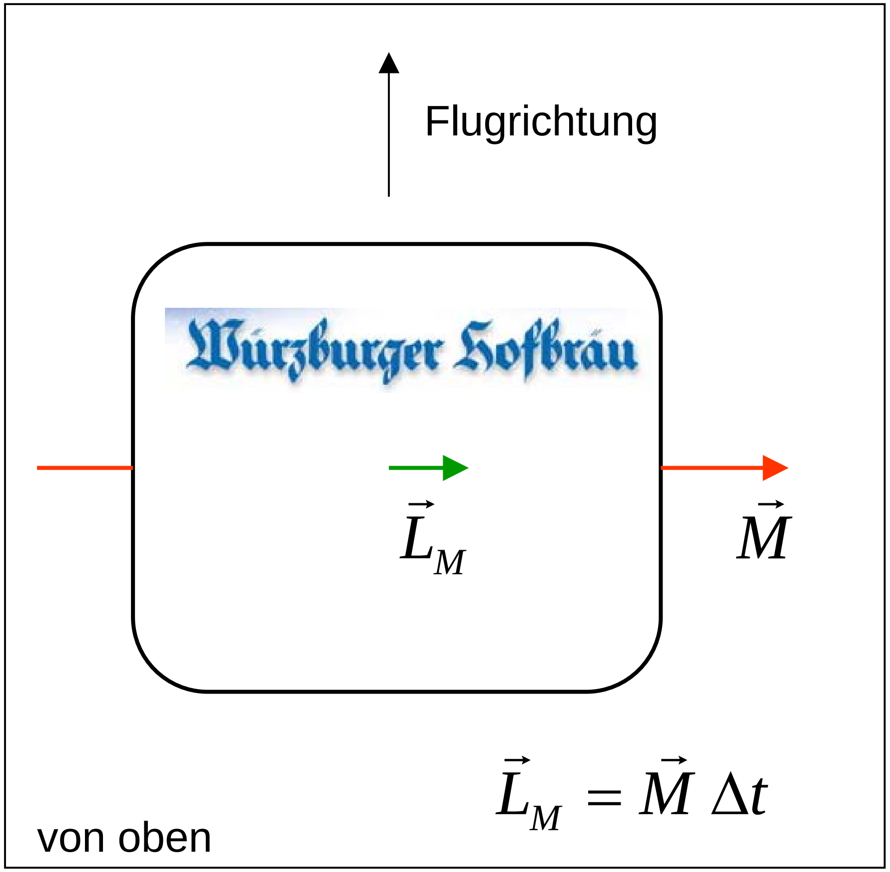


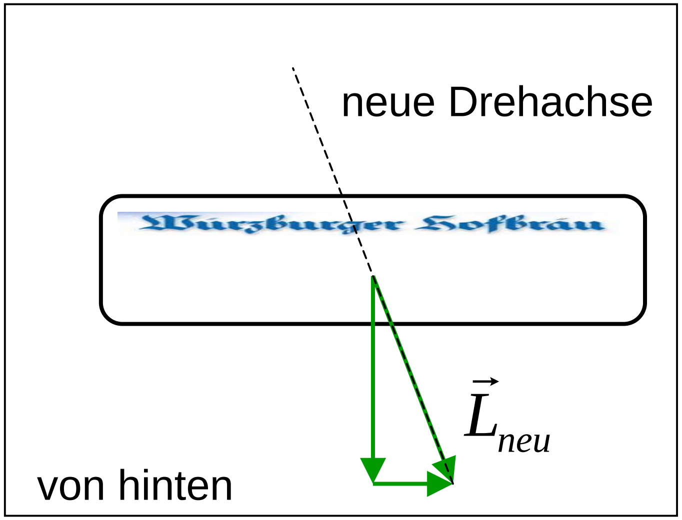
Fuß des Kreisels ist nicht spitz. Durch das Abrollen auf der Unterlage (Reibung) wird die Präzession beschleunigt. (vgl. Gyroskop Bild d)

Für das Anheben des Schwerpunktes notwendige Energie wird der Rotation entzogen.

<u>Versuch:</u> Bierdeckelwerfen







Der anfangs waagerecht fliegende Bierdeckel kippt während des Fluges nach links