

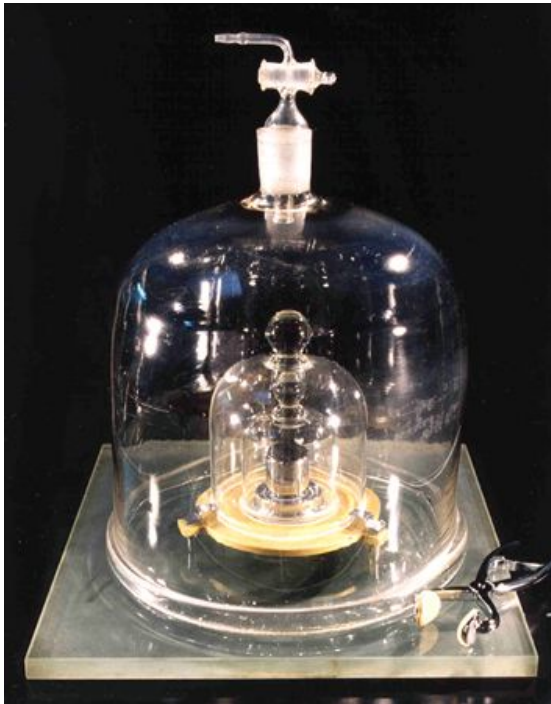
Masse, Kraft und Beschleunigung

Masse:

Seit 1889 ist die Einheit der Masse wie folgt festgelegt:

Das Kilogramm ist die Einheit der Masse; es ist gleich der Masse des Internationalen Kilogrammprototyps.

Einzige Einheit die durch einen Prototyp-Körper dargestellt wird.



Internationaler Prototyp 1 Kilogramm

Zylinder mit 39 mm Höhe und 39 mm Durchmesser.

Legierung von 90% Platin und 10% Iridium

Problem: Masse des Prototypen verändert sich langsam im Laufe der Zeit.

Ursprünglich Zurückführung der Masseneinheit auf das Meter:
vor 1889 war 1 kg definiert als die Masse von 1 dm³ Wasser

Heute wird versucht die Definition des Kilogramms über eine Naturkonstante,
die Avogadro-Konstante N_A auf eine Atommasse zurückzuführen.

$$12 \text{ Gramm} = N_A * \text{Masse von } ^{12}\text{C} \quad (N_A \approx 6.022 \cdot 10^{23})$$

Messen einer Masse hieße dann „einfach“ Zählen von Atomen.



Hochauflösende 1-kg-Komparatorwaage

Vergleich unter Luftdruck und Vakuum möglich.

Die Waage besitzt einen Fehler von 10^{-9} kg.

Bewegung von Massen:

Trägheitsprinzip

Galileo Galilei (1564-1642) stellte fest:

Eine geradlinig gleichförmige Bewegung einer Masse mit konstanter Geschwindigkeit bedarf keiner Ursache sondern geht aus sich heraus immer weiter. → Trägheitsprinzip

Ruhe ist nur ein Spezialfall der geradlinig gleichförmigen Bewegung ($v = 0$)

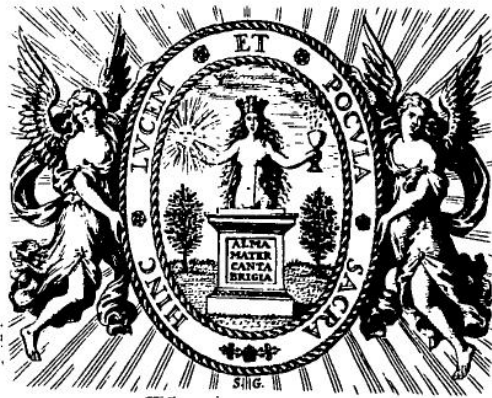
Isaac Newton (1643-1727) formulierte ebenso sein erstes Axiom:

Jeder Körper verharrt in seinem Zustand der Ruhe oder gleichförmigen, gradlinigen Bewegung solange er nicht durch eine einwirkende Kraft gezwungen wird, den Zustand zu ändern.

PHILOSOPHIÆ
NATURALIS
PRINCIPIA
MATHEMATICA.

AUCTORE
ISAACO NEWTONO,
EQUITE AURATO.

EDITIO SECUNDA AUCTIONIOR ET EMENDATIO.



CANTABRIGIÆ, MDCCXIII.

THE
MATHEMATICAL
PRINCIPLES
OF
Natural Philosophy.

By Sir *ISAAC NEWTON*.

Translated into *English* by *ANDREW MOTTE*.

To which are added,
The Laws of the MOON'S Motion, according
to Gravity.

By *JOHN MACHIN* *Astron. Prof. Gresh.* and
Secr. R. Soc.

IN TWO VOLUMES.

LONDON:
Printed for *BENJAMIN MOTTE*, at the *Middle-
Temple-Gate*, in *Fleetstreet*.
MDCCXXIX.

Aktionsprinzip:

Um die Geschwindigkeit einer Masse zu verändern, muss auf die Masse eine Kraft wirken.

Isaac Newton (1643-1727) stellte folgendes Axiom auf:

$$F = m \cdot a$$

Kraft = Masse * Beschleunigung

Beschleunigung ist die Änderung der Geschwindigkeit.

Genaugenommen hat Newton das Axiom über die Änderung des Impulses formuliert, den wir später kennen lernen werden.

A X I O M A T A,

S I V E

L E G E S M O T U S.

L E X I.

Corpus omne perseverare in statu suo quiescendi vel movendi uniformiter in directum, nisi quatenus a viribus impressis cogitur statum illum mutare.

L E X II.

Mutationem motus proportionalem esse vi motrici impressæ, & fieri secundum lineam rectam qua vis illa imprimitur.

L A W I.

Every body perseveres in its state of rest, or of uniform motion in a right line, unless it is compelled to change that state by forces impress'd thereon.

L A W II.

The alteration of motion is ever proportional to the motive force impress'd; and is made in the direction of the right line in which that force is impress'd.

Axiome sind Annahmen, die durch Experimente bestätigt werden, selbst aber nicht aus anderen noch grundlegenderen Gesetzmäßigkeiten abgeleitet werden können.

Aus einem Satz von Axiomen können alle übrigen Gesetzmäßigkeiten einer Theorie bzw. eines Modells im mathematischen Sinne abgeleitet bzw. bewiesen werden.

Newtons Axiome waren eine herausragende Leistung der Abstraktion zu damaliger Zeit.

Sie widersprechen eigentlich der Alltagserfahrung:

1. Durch Reibung kommt jeder Körper auf der Erde irgendwann zur Ruhe.
2. Jeder Körper unterliegt der Erdanziehungskraft und wird ggf. auch dadurch beschleunigt.

Alltagsbedingungen: Erdanziehung, Luft-Umgebung, Temperatur 300 K, etc.

Idealisiert: Keine Gravitationskraft, Vakuum, absoluter Nullpunkt

Vorstellung zum Verständnis der mechanischen Gesetze am besten:

kleine Massen, die durchs Weltall fliegen

Im Experiment: Kompensation oder Vernachlässigung der Umgebungseinflüsse

Versuch: geradlinig gleichförmige Bewegung auf Luftkissenschiene

Beschleunigung

- Beschleunigung ist die Änderung der Geschwindigkeit.
- Mathematische Beschreibung durch Ableitungsbegriff.
- Die Analysis ist parallel zur Physik entstanden, um physikalische Phänomene zu beschreiben.
- Mathematik bietet die Möglichkeit physikalische Zusammenhänge mit mathematisch präzise formulierten Modellen zu beschreiben.

Beschreibung einer Änderung, Beispiel:

In der Zeit von 12:00:00 bis 12:00:02 Uhr ändert sich die Geschwindigkeit der Masse m von 5,0 m/s auf 5,4 m/s.

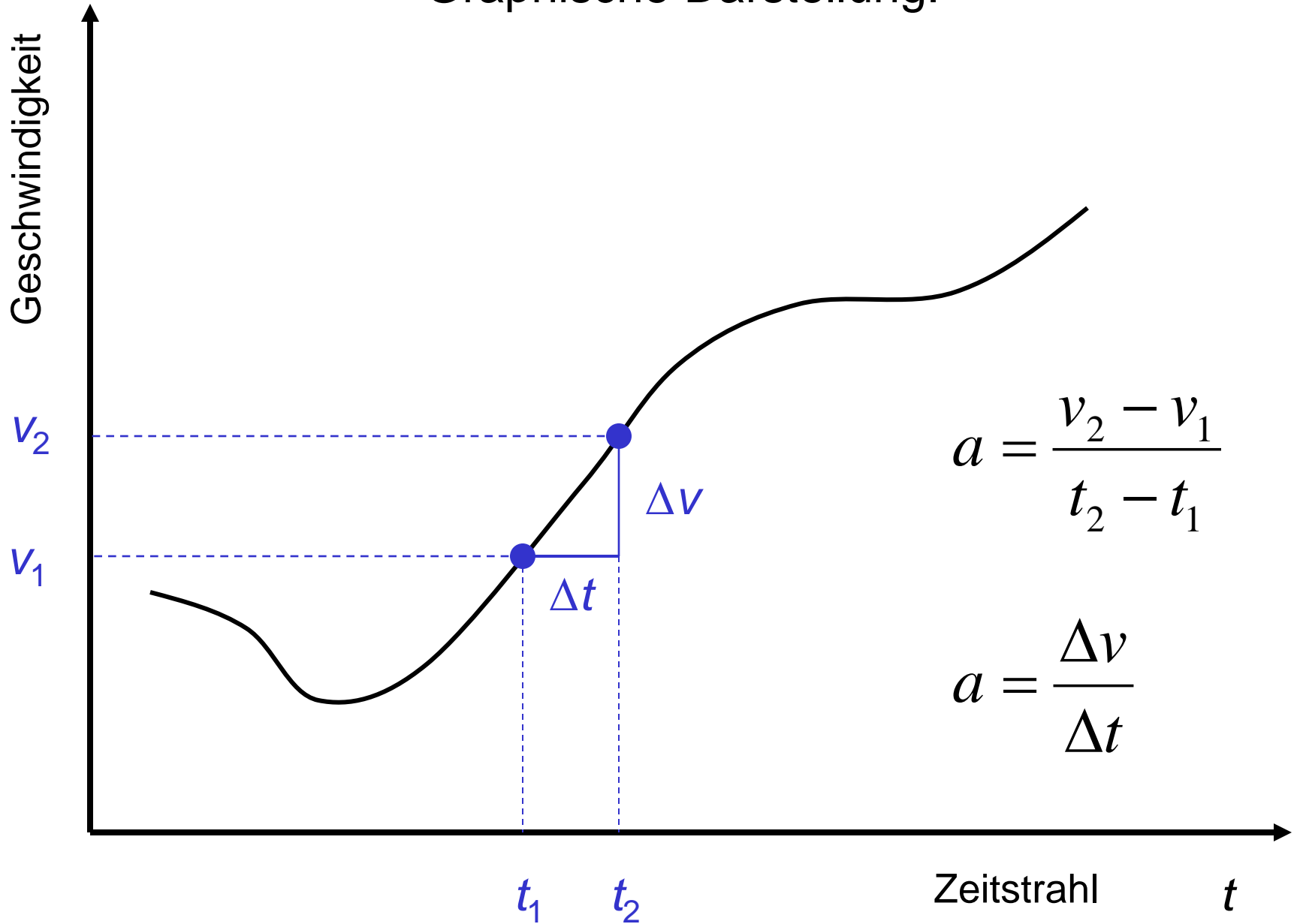
Beschleunigung = Änderung der Geschwindigkeit / Verstrichene Zeit

$$a = 0,4 \text{ m/s} / 2 \text{ s}$$

$$a = 0,2 \text{ m/s}^2$$

Für korrekte Berechnung dauernder Veränderungen müssen Zeitintervalle klein sein.

Graphische Darstellung:



Mathematische Formulierung:

Die momentane Geschwindigkeit v zu jedem Zeitpunkt t wird durch die Funktion $v(t)$ beschrieben.

Berechnung der Änderung wie eben:

$$a = \frac{v(t_2) - v(t_1)}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Für eine präzise Berechnung muss Δt sehr klein sein.

Deshalb Grenzübergang $\Delta t \rightarrow 0$ (Mathematischer Ableitungsbegriff).

Wird ausgedrückt durch die Schreibweise dt

$$a = \frac{dv}{dt}$$

a ist selbst wieder eine Funktion von der Zeit: $a(t)$

Ableitungen nach der Zeit werden auch abgekürzt geschrieben:

$$a(t) = \dot{v}(t)$$

Ebenso kann man bei veränderlichen Geschwindigkeiten vorgehen:
Der momentane Ort x zu jedem Zeitpunkt t wird durch die
Funktion $x(t)$ beschrieben.

Berechnung der Änderung wie eben (Geschwindigkeit = Weg / Zeit):

$$v = \frac{x(t_2) - x(t_1)}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Für präzise Berechnung muss Δt sehr klein sein. Grenzübergang $\Delta t \rightarrow 0$

$$v(t) = \frac{dx}{dt}$$

Für die Beschleunigung ergibt sich:

$$v(t) = \dot{x}(t) \quad \text{und} \quad a(t) = \dot{v}(t)$$

$$a(t) = \ddot{x}(t)$$

$$a(t) = \frac{d^2 x(t)}{dt^2}$$

Kraft

Definition und Einheit der Kraft leiten sich aus Newton's Aktionsprinzip ab:

$$F = m \cdot a$$

Die Kraft, die eine Masse von 1kg mit 1m/s² beschleunigt wird als 1 Newton bezeichnet.

Die Einheit ist: **Newton = kg m / s²**

Wegen dieser Wahl der Einheit tritt keine weitere Proportionalitätskonstante in der Gleichung $F = m \cdot a$ auf.

Dieses Gesetz bietet auch eine Messvorschrift für Kräfte. Die Messung wird auf eine Messung von Masse, Länge und Zeit zurückgeführt.

Versuch: Kraftmessung durch Beschleunigung auf Luftkissenschiene.

An zwei Messstellen wird die Geschwindigkeit des Wagens jeweils aus einer Zeit und einer Wegmessung bestimmt.

$$v_1 = \frac{\Delta x_1}{\Delta t_1} \qquad v_2 = \frac{\Delta x_2}{\Delta t_2}$$

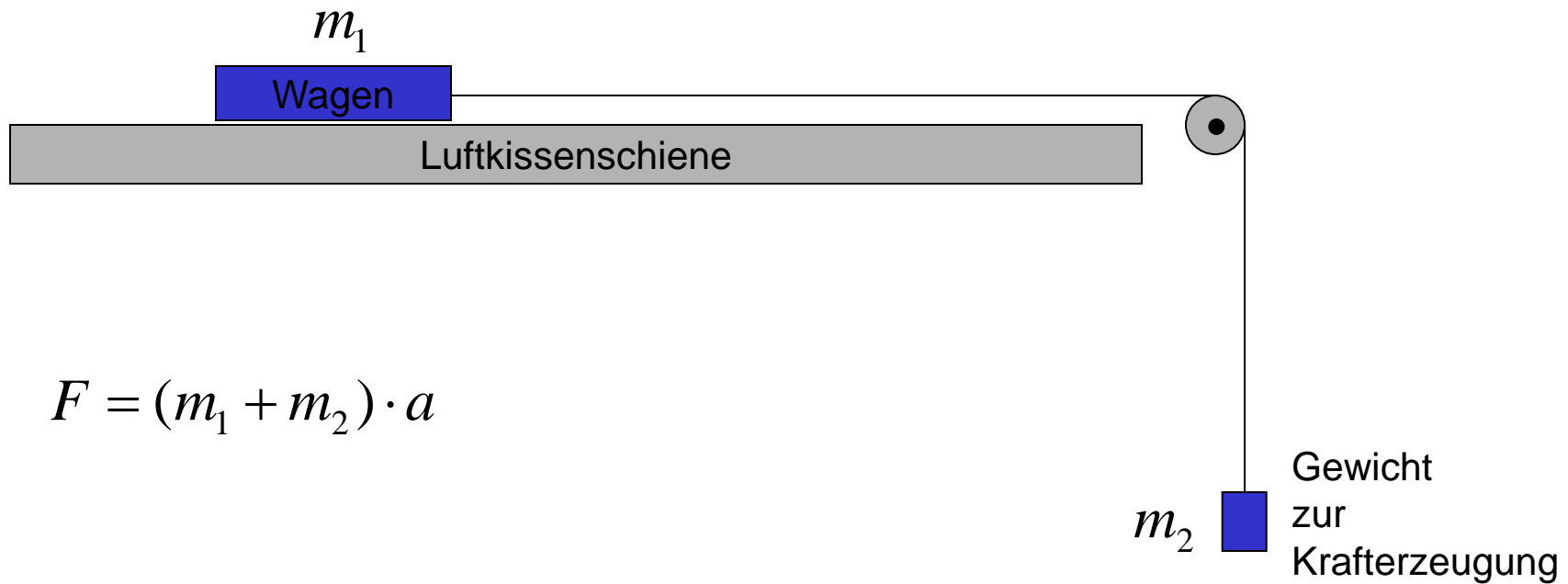
Zusätzlich wird die Zeit zwischen dem Passieren der beiden Messstellen gemessen $\rightarrow \Delta t_3$

Die Beschleunigung ist dann (näherungsweise):

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t_3} \qquad \text{mit} \qquad \Delta v = v_2 - v_1$$

Bei bekannter Masse erhält man daraus die Kraft.

Beachte: Wird die Kraft durch ein Gewicht am Faden erzeugt, dann wird nicht nur die Masse des Wagens beschleunigt, sondern auch die Masse des Gewichtes am Faden.



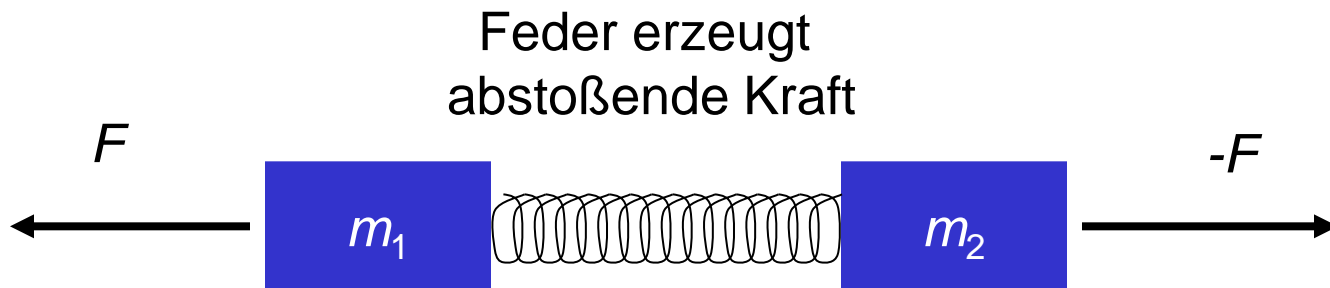
$$F = (m_1 + m_2) \cdot a$$

Reaktionsprinzip:

Newton formulierte in seinem dritten Axiom:

Wenn die Kraft F die auf einen Körper (Masse) wirkt, ihren Ursprung in einem anderen Körper (Masse) hat, so wirkt auf diesen die entgegengesetzt gleiche Kraft ($-F$).

Versuch:



Die Kraft F wirkt auf Masse m_1 und hat ihren Ursprung an Masse m_2
Masse m_1 wird durch die Kraft F beschleunigt,
Masse m_2 wird durch die entgegengesetzte Kraft $-F$ beschleunigt.

Versuch: Demonstration auf Luftkissenbahn

DEFINITION IV.

An impress'd force is an action exerted upon a body, in order to change its state, either of rest, or of moving uniformly forward in a right line.

LAW III.

To every Action there is always opposed an equal Reaction: or the mutual actions of two bodies upon each other are always equal, and directed to contrary parts.

Newton formuliert seine Axiome bezogen auf Körper. Körper sind abgegrenzte Objekte mit einer Masse.

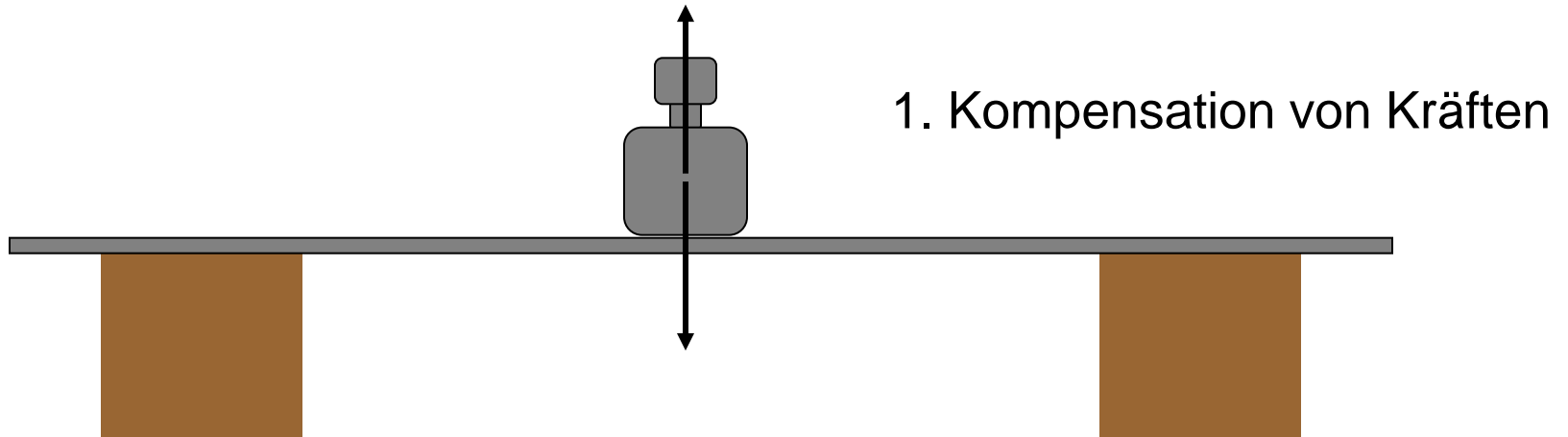
Die ersten beiden Axiome beschreiben die Bewegung eines Körpers, das dritte Axiom die Wechselwirkung zwischen zwei Körpern.

Auf jeden der beiden Körper wirkt eine der beiden entgegengesetzt gleich großen Kräfte.

Die Wechselwirkung der beiden Körper kann entweder durch Berührung oder durch Fernkräfte (z.B. Gravitation) erfolgen.

Bei statischen Problemen ist das Reaktionsprinzip nicht immer leicht zu erkennen, da sich alle Kräfte auf einen Körper zu null addieren.

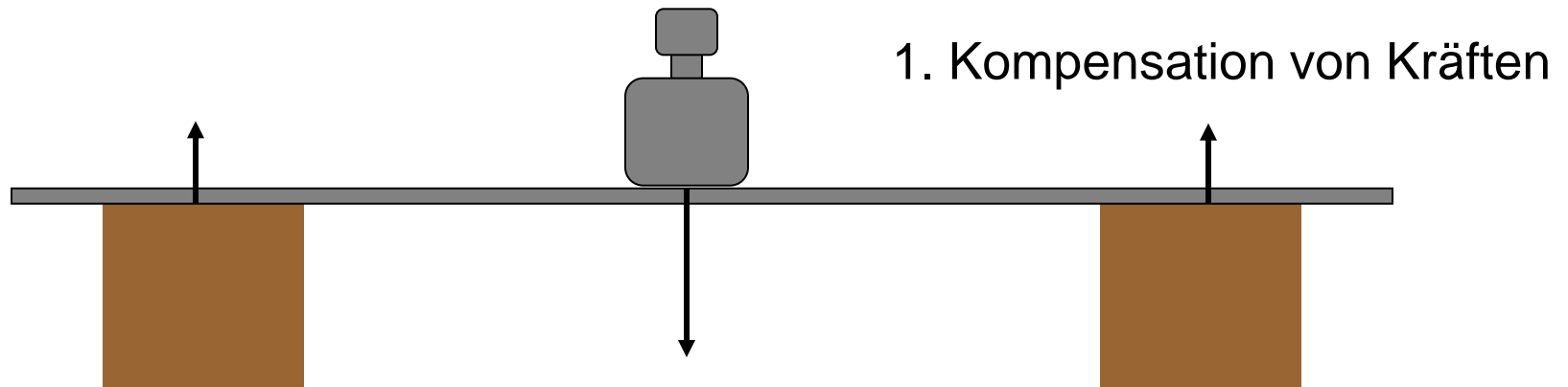
Beispiel: Durchbiegung einer mit Gewicht belasteten Platte



Die Gewichtskraft wirkt auf das Gewicht (Kraft zeigt nach unten)

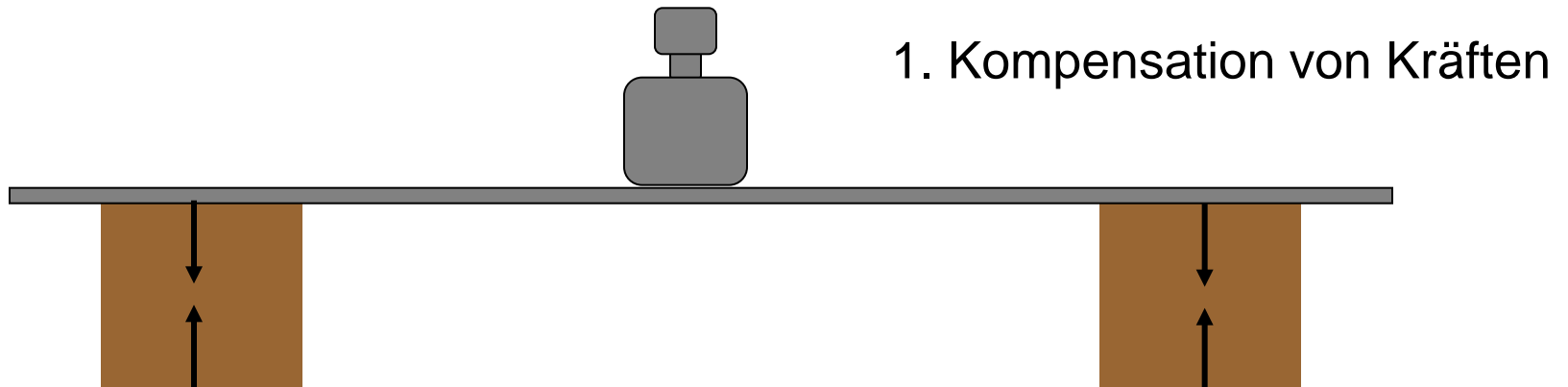
Die Platte übt eine Kraft auf auf das Gewicht aus (Kraft zeigt nach oben).

Beide Kräfte kompensieren sich, so dass keine Beschleunigung auftritt und des Gewicht in Ruhe bleibt.



Das Gewicht übt eine Kraft auf die Platte aus (Kraft zeigt nach unten).
Die Klötze üben eine Kraft auf auf die Platte aus (Kraft zeigt nach oben).

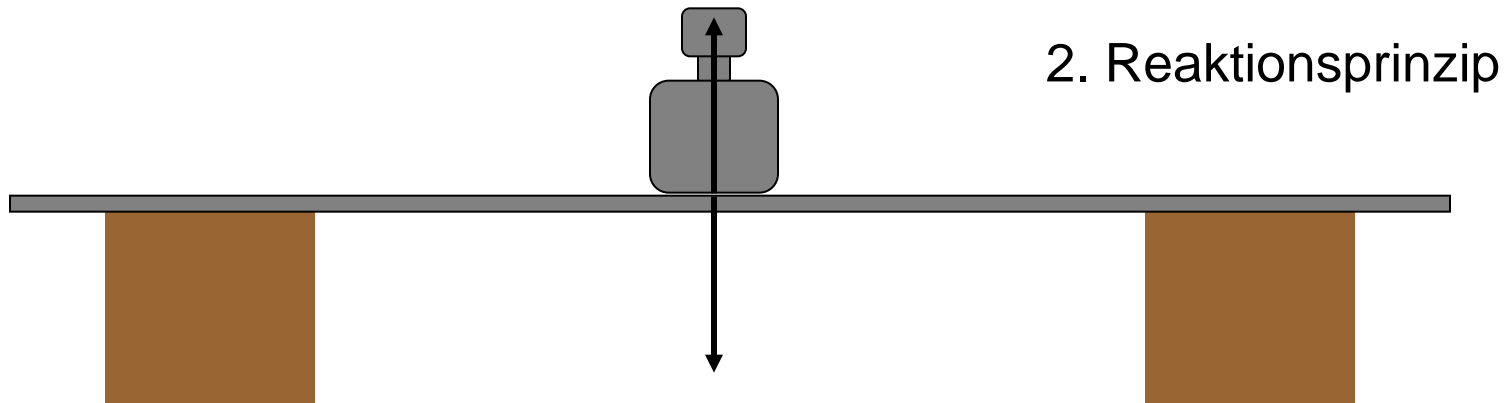
Beide Kräfte kompensieren sich, so dass keine Beschleunigung auftritt
und die Platte in Ruhe bleibt.



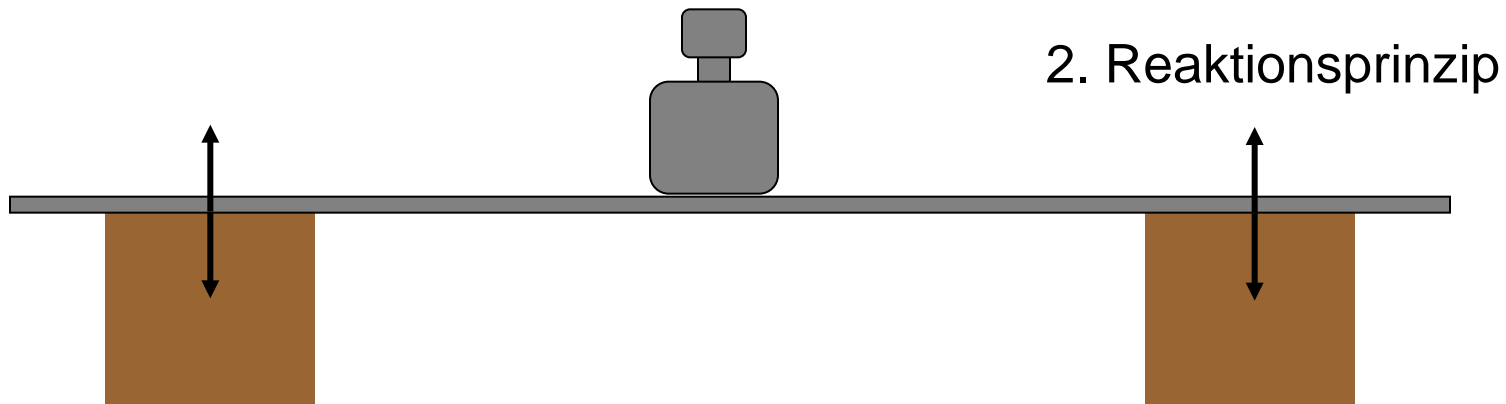
Die Platte übt eine Kraft auf die Klötze aus (Kraft zeigt nach unten).

Die Erde übt eine Kraft auf auf die Klötze aus (Kraft zeigt nach oben).

Beide Kräfte kompensieren sich, so dass keine Beschleunigung auftritt und die Klötze in Ruhe bleiben.



Das Gewicht übt eine Kraft auf die Platte aus (Kraft zeigt nach unten).
Die Platte übt eine Kraft auf auf das Gewicht aus (Kraft zeigt nach oben).
Die Kräfte wirken auf verschiedenen Körpern.

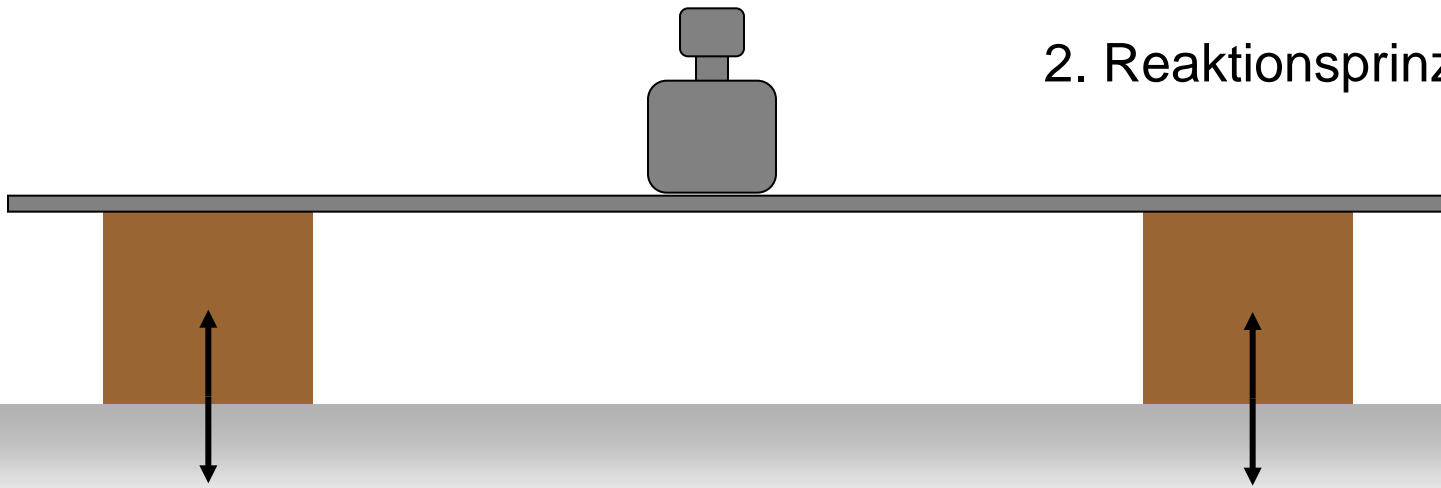


Die Platte übt eine Kraft auf die Klötze aus (Kraft zeigt nach unten).

Die Klötze üben eine Kraft auf auf die Platte aus (Kraft zeigt nach oben).

Die Kräfte wirken auf verschiedenen Körper.

2. Reaktionsprinzip

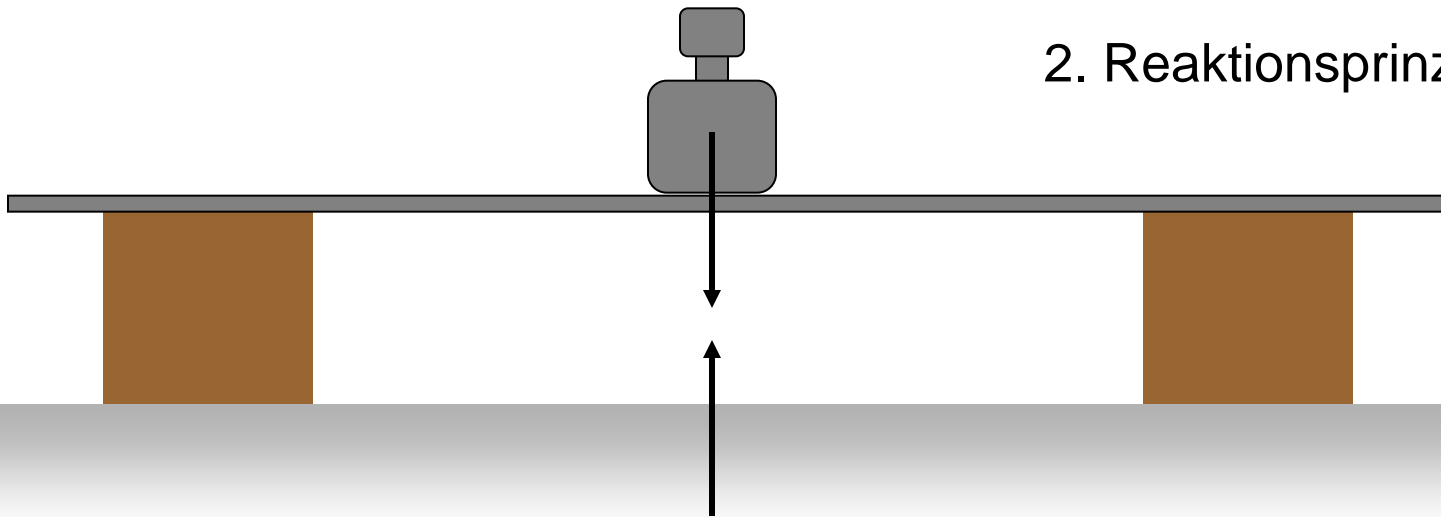


Die Klötze üben eine Kraft auf die Erde aus (Kraft zeigt nach unten).

Die Erde übt eine Kraft auf die Klötze aus (Kraft zeigt nach oben).

Die Kräfte wirken auf verschiedenen Körpern.

2. Reaktionsprinzip



Die Erde übt eine Kraft auf das Gewicht aus (Kraft zeigt nach unten).

Das Gewicht übt eine Kraft auf die Erde aus (Kraft zeigt nach oben).

Die Kräfte wirken auf verschiedenen Körper.

Hier wirkt die Gravitation als Fernkraft.

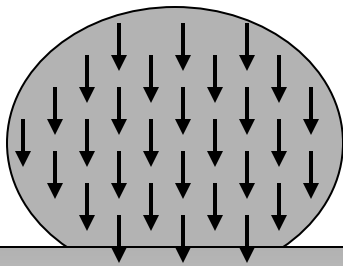
Kräfte, die auf einen Körper wirken kann man in zwei Kategorien einteilen:

1. Volumenkräfte
2. Oberflächenkräfte

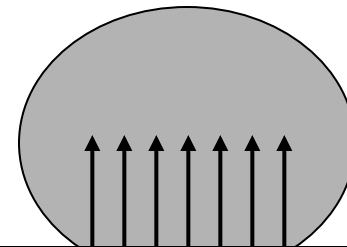
Fernkräfte wie die Gravitation wirkt auf jedes Massenelement des Volumens. Volumenkräfte haben keinen bestimmten Angriffspunkt der Kraft, sondern „greifen über den ganzen Körper verteilt an“.

Oberflächenkräfte wirken, wenn sich Körper berühren. Sie greifen an der Berührungsfläche an.

Volumenkraft



Oberflächenkraft



In der Natur gibt es 4 verschiedene Wechselwirkungen die Ursache für die Kräfte zwischen zwei Körpern sein können

1. Gravitation
2. elektro-magnetische Wechselwirkung
3. schwache Wechselwirkung
4. starke Wechselwirkung

Im alltäglichen Leben verursachte Kräfte können auf Gravitation und elektro-magnetische Wechselwirkung zurückgeführt werden.

Gravitation wirkt als Fernkraft (Volumenkraft).

Bei der Berührung von Körpern werden Kräfte durch die elektro-magnetische Wechselwirkung vermittelt (Oberflächenkräfte).

Sind die Körper elektrisch geladen wirkt auch die elektro-magnetische Wechselwirkung als Fernkraft.

Die starke und schwache Wechselwirkung spielen nur in der Nähe der Atomkerne eine Rolle.