

Impulserhaltung

Impuls

Impuls ist eine vektorielle Größe, die von Newton *Quantity of Motion* genannt wurde. In ihr sind Masse und Geschwindigkeit eines Körpers zusammengefasst. Newton: *The Quantity of Motion is the measure of the same, arising from the velocity and quantity of matter conjunctly.*

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

In einem System von Körpern kann jedem Körper ein Impuls zugeordnet werden. Genauso wie die Geschwindigkeit hängt der Impuls von der Wahl des Bezugssystems ab. In relativ zueinander bewegten Inertialsystemen ordnet man einem Körper unterschiedliche Impulse zu.

Der Impuls eines ausgedehnten starren Körpers ist gleich dem Impuls einer Punktmasse mit gleicher Masse und der Geschwindigkeit des Schwerpunktes des ausgedehnten Körpers. Die Rotation eines starren Körpers um seinen Schwerpunkt ändert nichts an seinem Impuls.

Die Änderung des Impulses eines Körpers wird immer von einer Kraft auf den Körper verursacht. Dies ist die Aussage des zweiten Newtonschen Axioms und gleichzeitig die Definition einer Kraft

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

Newton: *The alternation of motion is ever proportional to the motive force impressed: and is made in the direction of right line in which that force is impressed.*

Gesamtimpuls eines Systems von Körpern

Der Gesamtimpuls eines Systems berechnet sich aus der vektoriellen Summe der Einzelimpulse

$$\vec{p}_{\text{Ges}} = \sum_i \vec{p}_i$$

Der Gesamtimpuls des Systems ist daher auch gleich der Gesamtmasse des Systems multipliziert mit seiner Schwerpunktgeschwindigkeit. Bei Verwendung eines kartesischen Koordinatensystems kann jede Komponente des Gesamtimpulses einzeln als Summe berechnet werden

$$p_{x, \text{Ges}} = \sum_i p_{x,i} \quad p_{y, \text{Ges}} = \sum_i p_{y,i} \quad p_{z, \text{Ges}} = \sum_i p_{z,i}$$

Impulserhaltung

In einem abgeschlossenen System, wird der Gesamtimpuls erhalten, wenn es mit einem Inertialsystem beschrieben wird. Es werden also Richtung und Betrag des vektoriellen Gesamtimpulses erhalten. In das abgeschlossene System dürfen dabei keine äußeren Felder hineingreifen und es müssen alle Körper, von denen Kräfte ausgehen, Teil des Systems sein.

$$\vec{p}_{\text{Ges}} = \sum_i \vec{p}_i = \text{konstanter Vektor}$$

Bei Darstellung des vektoriellen Gesamtimpulses in einem Koordinatensystem wird jede einzelne Komponente des Impulses erhalten.

$$p_{x, \text{Ges}} = \text{const} \quad p_{y, \text{Ges}} = \text{const} \quad p_{z, \text{Ges}} = \text{const}$$

Der Impulserhaltungssatz ist allgemeingültig und gilt gleichermaßen bei Berührungskräften (Oberflächenkräfte) sowie bei langreichweitigen Kräften (Volumenkräfte) zwischen den Körpern (z.B.: Gravitation). Der Impulserhaltungssatz gilt nicht nur bei Stößen sondern immer z.B. auch für unser Sonnensystem. Er gilt nicht nur bezüglich vorher/nachher bei kurzzeitiger Wechselwirkung sondern auch über (unendlich) lange Zeiträume.

Impulserhaltung gilt auch bei inelastischen Stößen. Wenn mechanische Energie in innere Energie der Körper umgewandelt wird, ändert dies an dem Gesamtimpuls des Systems nichts. Bei inelastischen Stößen geht KEIN Impuls „verloren“.

In Nicht-Inertialsystemen also z.B. in linear beschleunigten oder rotierenden Bezugssystemen gilt der Impulserhaltungssatz NICHT.

Der Einzelimpuls eines Körpers wird nur erhalten, wenn keine Kraft auf ihn wirkt. Dies ist die Aussage des ersten Newtonschen Axioms und gilt ebenfalls nur in Inertialsystemen.

Herleitung aus Newtons Axiomen

Der Impulserhaltungssatz kann leicht aus dem zweiten und dritten Axiom von Newton hergeleitet werden. Aufgrund des zweiten Newtonschen Axioms gilt:

$$\frac{d\vec{p}_{\text{Ges}}}{dt} = \sum_i \frac{d\vec{p}_i}{dt} = \sum_i \sum_j \vec{F}_{ij} = 0$$

da die Impulsänderung des Körpers i durch die Summe aller Kräfte verursacht wird, die von den anderen Körpern $j \neq i$ ausgehen. Da aufgrund des dritten Newtonschen Axioms Die Kraft von Körper j auf Körper i genauso groß aber umgekehrt gerichtet ist wie die Kraft von Körper i auf Körper j also gilt $\vec{F}_{ij} = -\vec{F}_{ji}$, heben sich alle Kräfte in einem abgeschlossenen System paarweise auf. Damit ergibt sich, dass die Änderung des Gesamtimpulses null ist. Der Gesamtimpuls, d.h. der Impuls des Schwerpunkts des Systems kann daher nicht durch innere Kräfte (Wechselwirkungen) im System verändert werden.

Eindimensionale Formulierungen

Interpretationsprobleme ergeben sich bei eindimensionalen Fällen, die oft ohne Vektoren formuliert werden. Wird der Impuls geschrieben als

$$p = mv$$

ist nicht ersichtlich, ob Betrag oder Vektorkomponente der Geschwindigkeit gemeint sind. Da die Impulserhaltung auch für jede Komponente des Impulses gilt, ist es korrekt den Impulserhaltungssatz in einer Dimension mit einer Vektorkomponente zu formulieren also

$$p_x = mv_x$$

und

$$p_{xGes} = p_{x1} + p_{x2} = \text{const}$$

Dabei muss die Richtung der x-Koordinate festgelegt werden und es ergeben sich positive Impulskomponenten bei Bewegung in Richtung der x-Achse und negative Impulskomponenten bei Bewegung entgegen der x-Achse.

FALSCH ist es, den Betrag der Geschwindigkeit oder den Alltagsbegriff der Geschwindigkeit (Tempo) für den Impuls zu verwenden. Die Summe der Beträge

$$m_1|\vec{v}_1| + m_2|\vec{v}_2|$$

wird nicht erhalten und hat keine sinnvolle physikalische Bedeutung.

Zweidimensionale Fälle

Für Systeme an der Erdoberfläche, die die Erde als Ganzes nicht mit einschließen, gilt der Impulserhaltungssatz nicht, da diese Systeme nicht abgeschlossen sind. Die von außen in das System greifende Gravitation der Erde verändert Einzelimpulse und Gesamtimpuls des Systems.

Kompensiert man die Gravitation z.B. durch Zwangskräfte (Luftkissentisch, Billardtisch, etc.) gilt der Impulserhaltungssatz in der horizontalen Ebene auch an der Erdoberfläche, solange keine Wechselwirkungen mit Tischrändern (horizontale äußere Kräfte) stattfinden. Bei Stößen mit Wänden, Banden, Barrieren o.ä. die an der Erde befestigt sind, wird Impuls von einem Körper auf die Erde bzw. von der Erde auf den Körper übertragen.